

Experiencias y efectos del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra en el  
aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de undécimo grado de la Institución  
Educativa Distrital Alfredo Iriarte Sede A «Chircales»

Carlos Alberto López Torres

Marcela Raquel Torres Rodríguez

Fundación Universitaria Los Libertadores

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales

Maestría en Educación

2019

Experiencias y efectos del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa

Distrital Alfredo Iriarte Sede A «Chircales»

Carlos Alberto López Torres

Marcela Raquel Torres Rodríguez

Dr. Vladimir Alfonso Ballesteros Ballesteros

Asesor

Fundación Universitaria Los Libertadores

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales

Maestría en Educación

2019

## **Agradecimientos**

La culminación de nuestros estudios de maestría nos hace sentir alegres y satisfechos de terminar una meta más en nuestra formación académica. Queremos agradecerle a Dios y a cada una de las personas que, de una u otra manera, contribuyeron al desarrollo de este proyecto en nuestras vidas.

A Dios, porque con su gran amor y misericordia nos da la vida, la sabiduría y los medios para culminar la maestría.

A nuestras familias por la comprensión y el apoyo incondicional que nos brindaron.

A la Fundación Universitaria Los Libertadores por brindarnos la oportunidad de realizar la maestría.

Al Doctor Vladimir Ballesteros Ballesteros que, de manera permanente, exigente pero calurosa nos llevó por el camino de la investigación y nos brindó todo el apoyo necesario para hacer este proceso mucho más exitoso y enriquecedor.

A todos los docentes que nos acompañaron en esta etapa de formación y aquellos que contribuyeron de manera directa con sus aportes a los resultados de esta investigación: Soledad Niño, Jhon Edward Forigua Parra, Sébastien Lozano Forero y Lida Rubiela Fonseca Gómez.

A nuestros compañeros porque sus valiosos aportes hicieron aún más acogedor, reflexivo y enriquecedor el proceso académico.

Al Colegio Alfredo Iriarte y a los estudiantes de undécimo grado porque con su participación hicieron posible la presente investigación.

### **Dedicatoria**

Esta tesis se la dedicamos a nuestros hijos Zoe, Gabriel e Ían quienes, como un regalo y bendición de Dios, rompen con la monotonía y la rutina de la vida, son nuestra motivación y fuente de inspiración para luchar por nuestras metas.

Carlos y Marcela

## Tabla de Contenido

Tabla de Contenido .....	5
Abreviaturas .....	9
Lista de Tablas .....	10
Lista de Imágenes .....	13
Anexos .....	19
Resumen.....	20
Abstract .....	21
Introducción .....	22
1. Problema.....	23
1.1 Descripción del Problema .....	23
1.2 Formulación del Problema .....	30
1.3 Justificación.....	30
2. Objetivos.....	34
2.1 Objetivo General .....	34
2.2 Objetivos Específicos.....	34
3. Marco Referencial.....	35
3.1 Antecedentes Históricos .....	35
3.2 Antecedentes Investigativos.....	36
3.2.1 Internacional. ....	37
3.2.2 Nacional.....	43
3.3 Marco Contextual.....	46
3.3.1 Bogotá D.C .....	47

3.3.2 Localidad Rafael Uribe Uribe.....	48
3.3.3 Colegio Alfredo Iriarte, sede Chircales. ....	51
3.3.4 Caracterización de los Grupos a Intervenir .....	52
Resultados de la Encuesta de Caracterización del Grupo GE <sub>1</sub> .....	53
Resultados de la Encuesta de Caracterización del Grupo GE <sub>2</sub> .....	56
3.4 Marco Teórico y/o Conceptual.....	58
Aprendizaje Móvil.....	58
3.5 Marco Pedagógico.....	62
3.5.1 Marco Pedagógico de la Institución .....	62
3.5.2 Definición de función .....	63
3.5.3 Función lineal .....	67
3.5.4 Enseñanza de la función Lineal .....	68
3.5.5 Unidad didáctica .....	70
3.6 Marco Tecnológico .....	70
3.6.1 GeoGebra.....	70
3.7 Marco Legal .....	74
Declaración Universal de los Derechos Humanos- 10 de diciembre de 1948.....	74
Constitución Política de Colombia 1991.....	74
Ley General de Educación (Colombia) - Ley 115 de 1994.....	75
Decreto 1860 del 1994.....	77
Lineamientos Curriculares Matemáticas (Ministerio Nacional de Educación, 1998).....	77
Plan Nacional de Tecnologías de la Información y Las Comunicaciones 2008-2019 (PNTIC)- Ministerio de Tecnologías de la Información y Las Comunicaciones (MinTIC) .	77
La ley 1341 de 2009. ....	79

Plan Decenal de Educación 2016-2026 .....	79
Derechos Básicos de Aprendizaje (Segunda Versión) 2016 .....	80
Estándares Básicos de Competencias (2006) .....	81
Plan de estudios 2019 área de matemáticas jornadas mañana y tarde del Colegio Alfredo Iriarte IED .....	81
4. Metodología de la investigación .....	83
4.1 Diseño metodológico.....	84
4.1.1 Tipo de investigación.....	85
4.1.2 Línea y grupo de investigación.....	86
4.1.3 Hipótesis y variables.....	87
4.1.4 Población y muestra.....	87
4.1.5 Fases de la investigación .....	88
Cronograma.....	91
4.2 Recopilación de información .....	92
4.2.1 Técnicas de recopilación .....	92
4.2.2 Instrumentos .....	92
4.2.2.1 Instrumentos de Diagnóstico.....	93
4.2.2.1 Instrumentos de Seguimiento.....	99
4.2.2.3 Instrumentos de Evaluación.....	99
4.3 Propuesta Pedagógica- Unidad Didáctica: Aprendiendo de la función Lineal: sus características, representaciones y aplicaciones, haciendo uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra.....	101
Descripción de la Unidad Didáctica.....	101

Objetivos de la Unidad Didáctica.....	103
Objetivo General de la Unidad Didáctica. ....	103
Objetivos Específicos de la Unidad Didáctica. ....	103
Contenidos .....	103
Criterios de Evaluación para los estudiantes .....	104
- Cognitivo.....	104
- Procedimental.....	104
- Actitudinal.....	104
Recursos.....	105
Desarrollo - Estrategias y Actividades .....	105
Bloque Temático 1.....	105
Sesión 1.....	106
Sesión 2.....	117
Bloque temático 2.....	129
Sesión 3.....	129
Sesión 4.....	145
Bloque temático 3.....	151
Sesión 5.....	151
Sesión 6.....	153
5. Resultados y Análisis .....	158
6. Conclusiones y Recomendaciones .....	182
Referencias.....	186
Anexos .....	214



### Abreviaturas

AM GeoGebra	Aplicación Móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra
CAS	Sistemas de Álgebra computacional
DGS	Softwares de Geometría Dinámica
D.C.	Distrito Capital
GC <sub>1</sub>	Grupo Control 1
GC <sub>2</sub>	Grupo Control 2 1
GE <sub>1</sub>	Grupo Experimental 1
GE <sub>2</sub>	Grupo Experimental 2
IED	Institución Educativa Distrital
Img.	Imagen
MEN	Ministerio de Educación Nacional de Colombia
PEI	Proyecto Educativo Institucional (Del Colegio Alfredo Iriarte)
SMS	Servicio de Mensajes Simples
TIC	Tecnologías de la Información y la Comunicación
UPZ	Unidades de Planeamiento Zonal

### Lista de Tablas

Tabla 1. Edad de los Estudiantes del grupo GE <sub>1</sub> .....	53
Tabla 2. Dispositivos móviles (celular, iPad ó Tablet) y Acceso a internet de los estudiantes GE <sub>1</sub> .....	54
Tabla 3. Horas diarias de uso de dispositivo móvil de los estudiantes de GE <sub>1</sub> .....	54
Tabla 4. Horas diarias de uso de dispositivo móvil con fines académicos de GE <sub>1</sub> .....	55
Tabla 5. Edades de los estudiantes del Grupo GE <sub>2</sub> .....	56
Tabla 6. Dispositivos móviles (celular, iPad ó Tablet) y Acceso a internet de los estudiantes GE <sub>2</sub> .....	56
Tabla 7. Horas diarias de uso de dispositivo móvil de los estudiantes de GE <sub>2</sub> .....	57
Tabla 8. Horas diarias de uso de dispositivo móvil con fines académicos de GE <sub>2</sub> .....	57
Tabla 9. Representación numérica de "el doble de x" .....	66
Tabla 10. Diseño de dos grupos experimentales y dos grupos control.....	85
Tabla 11. Cronograma desarrollo de las fases de investigación. ....	91
Tabla 12. Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de claridad, validación juicio de expertos al test.....	94
Tabla 13. Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de claridad. ....	94
Tabla 14. Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de claridad. ....	95
Tabla 15. Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de claridad. ....	95
Tabla 16. Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de coherencia, validación juicio de expertos al test.....	95

Tabla 17. Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de coherencia. ....	96
Tabla 18. Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de coherencia. ....	96
Tabla 19. Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de coherencia. ....	96
Tabla 20. Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de pertinencia, validación juicio de expertos al test.....	97
Tabla 21. Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de pertinencia. ....	97
Tabla 22. Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de pertinencia.....	97
Tabla 23. Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de pertinencia. ....	98
Tabla 24. Respuesta a la primera pregunta del test de actitud .....	159
Tabla 25. Respuesta a la segunda pregunta del test de actitud .....	159
Tabla 26. Respuestas a la tercera pregunta del test de actitud .....	160
Tabla 27. Respuestas a la cuarta pregunta del test de actitud .....	161
Tabla 28. Respuestas a la quinta pregunta del test de actitud .....	162
Tabla 29. Respuestas a la sexta pregunta del test de actitud.....	163
Tabla 30. Respuestas a la séptimo pregunta del test de actitud .....	164
Tabla 31. Respuestas a la octava pregunta del test de actitud .....	165
Tabla 32. Respuestas a la novena pregunta del test de actitud .....	166
Tabla 33. Respuestas a la décima pregunta del test de actitud .....	167
Tabla 34. Número de estudiantes que presentaron Postest .....	175
Tabla 35. Promedios de Respuestas Correctas Pretest y Post- Test .....	175
Tabla 36. Principales estadísticos descriptivos resultados Postest .....	176

Tabla 37. Reporte ANOVA con interacciones .....	179
Tabla 38. Reporte ANOVA sin interacciones.....	180

### Lista de Imágenes

Imagen 1. Ubicación de Bogotá. Recuperado de: <a href="https://sites.google.com/site/erikapiraquive2013/">https://sites.google.com/site/erikapiraquive2013/</a>	47
Imagen 2 Tomado de la página de Observatorio Ambiental de Bogotá	48
Imagen 3. Localización de la localidad Rafael Uribe Uribe. Tomado de Información básica de la localidad para la participación. Instituto Distrital de la Participación y Acción Comunal. Bogotá, octubre del 2007. Pág. 7.	49
Imagen 4. Georgiev,T; Georgieva, E y Smrikarov, A. (2004) Figure 1. The place of m-Learning as part of e-Learning and d-Learning. Recuperado de <a href="https://bit.ly/2OTPgCv">https://bit.ly/2OTPgCv</a>	59
Imagen 5. . Noción de Función. Adaptación de Leithold (1982, p. 2) Elaboración propia.	64
Imagen 6. Adaptación de Representación Esquemática del Concepto de Función. Math2me, 2010.	64
Imagen 7. Representación gráfica de $f(x)=2x-1$ . Elaboración Propia	68
Imagen 8. Primera diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	107
Imagen 9. Segunda diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	108
Imagen 10.Tercera diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	108
Imagen 11. Cuarta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	109
Imagen 12. Quinta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	109
Imagen 13. Sexta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.	110
Imagen 14. Séptima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.	110
Imagen 15.Octava diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.	111
Imagen 16. Novena diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia	111

<i>Imagen 17. Décima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....</i>	112
Imagen 18. Décima primera diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....	112
Imagen 19. Décima segunda diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....	113
Imagen 20. Décima tercera diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....	113
Imagen 21. Décima cuarta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.....	114
Imagen 22. Décima quinta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....	114
Imagen 23. Décima sexta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia .....	115
<i>Imagen 24. Décima séptima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.....</i>	115
Imagen 25. Pantallazo de la guía digital de instalación AM GeoGebra. Elaboración propia.....	117
Imagen 26. Primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	118
Imagen 27. Segunda diapositiva de la sesión 2: pantallazo de la vista de la AM GeoGebra en dispositivo móvil. Elaboración propia .....	119
Imagen 28. Primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	120
Imagen 29. Cuarta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	121
Imagen 30. Quinta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia.....	121
Imagen 31. Sexta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia.....	122
Imagen 32. Séptima diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia.....	122
Imagen 33. Octava diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	123
Imagen 34. Novena diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	124
Imagen 35. Décima diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	124
Imagen 36. Décima primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia.....	125
Imagen 37. Décima segunda diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	125
Imagen 38. Décima tercera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia .....	126

Imagen 39. Ejercicio 1 de la Actividad Extraclase 1.....	127
Imagen 40. Ejercicio 2 de la Actividad Extraclase 1.....	127
Imagen 41. Ejercicio 3 de la Actividad Extraclase 1.....	128
Imagen 42. Pantallazo de la actividad Extraclase No 1.....	128
Imagen 43. Primera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	130
Imagen 44. Segunda diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	130
Imagen 45. Tercera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	132
Imagen 46. Cuarta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	132
Imagen 47. Guía de trabajo en clase. Elaboración propia.....	134
Imagen 48. Quinta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	135
Imagen 49. Sexta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	136
Imagen 50. Séptima diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	136
Imagen 51. Octava diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	137
Imagen 52. Novena diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	137
Imagen 53. Décima diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	138
Imagen 54. Décima primera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	138
Imagen 55. Décima segunda diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.....	139
Imagen 56. Ejercicio a de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.....	140
Imagen 57. Ejercicio b de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.....	140
Imagen 58. Ejercicio c de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.....	141

Imagen 59. Ejercicio d de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia. ....	141
Imagen 60. Ejercicio e de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia. ....	142
Imagen 61. Ejercicio f de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia. ....	142
Imagen 62. Ejercicio a del segundo punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia. ....	143
Imagen 63. Ejercicio b del segundo punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia. ....	143
Imagen 64. Tercer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.....	144
Imagen 65. Guía punto de corte de la función lineal sesión 4. Elaboración propia.....	146
Imagen 66. Primera diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	147
Imagen 67. Segunda diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	148
Imagen 68. Tercera diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.....	148
Imagen 69. Cuarta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	149
Imagen 70. Quinta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	149
Imagen 71. Sexta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	150
Imagen 72. Séptima diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.....	150
Imagen 73. Octava diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia. ....	151
Imagen 74. Primera diapositiva de la sesión 6. Noticia tomada del periódico RED +. Bogotá. 13 de mayo del 2019. ....	155
Imagen 75. Segunda diapositiva de la sesión 6. Elaboración propia. ....	156



Imagen 76. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 1 del test de actitud. Elaboración propia. ....	159
Imagen 77. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 2 del test de actitud. Elaboración propia. ....	160
Imagen 78. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 3 del test de actitud. Elaboración propia. ....	160
Imagen 79. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 4 del test de actitud. Elaboración propia. ....	161
Imagen 80. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 5 del test de actitud. Elaboración propia. ....	162
Imagen 81. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 6 del test de actitud. Elaboración propia. ....	163
Imagen 82. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 7 del test de actitud. Elaboración propia. ....	164
Imagen 83. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 8 del test de actitud. Elaboración propia. ....	165
Imagen 84. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 9 del test de actitud. Elaboración propia. ....	166
Imagen 85. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 10 del test de actitud. Elaboración propia. ....	167
Imagen 86. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	168
Imagen 87. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	168
Imagen 88. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	168

Imagen 89. Comentario escrito por un estudiante frente a la aplicación GeoGebra.....	168
Imagen 90. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	169
Imagen 91. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	169
Imagen 92. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	169
Imagen 93. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	170
Imagen 94. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.....	170
Imagen 95. Distribución de Resultados de los cuatro grupos.....	177
Imagen 96. Media de Resultados de los cuatro grupos.....	178
Imagen 97. Qqplot de los residuos del modelo propuesto. Elaboración en R estadística.....	181

## **Anexos**

Anexo 1. Encuesta de Caracterización

Anexo 2. Plan de asignatura área de matemáticas, jornadas mañana, tardes y única del Colegio  
Alfredo Iriarte IED

Anexo 3. Formato de validez del test

Anexo 4. Calificaciones y recomendación de la validación de expertos a test

Anexo 5. Pretest aplicado a GE<sub>1</sub> y GC<sub>1</sub>

Anexo 6. Guía de trabajo de pendiente de la recta

Anexo 7. Guía de trabajo Punto de Corte

Anexo 8. Test de Percepción

Anexo 9. Lectura: ventajas e inconvenientes del uso de las tecnologías de la comunicación y la  
información en la realidad educativa.

Anexo 10. Postest aplicado a GE<sub>1</sub>, GE<sub>2</sub>, GC<sub>1</sub> y GC<sub>2</sub>

Anexo 11. Resultados del Postest aplicado a GE<sub>1</sub>, GE<sub>2</sub>, GC<sub>1</sub> y GC<sub>2</sub>

Anexo 12. Guía de aplicaciones sesión 5

## Resumen

Este trabajo de grado presenta los resultados de la investigación desarrollada en La Institución Educativa Distrital Colegio Alfredo Iriarte, ubicado en la localidad Rafael Uribe Uribe, al sur de la ciudad de Bogotá, D.C. El objetivo de esta investigación fue conocer los efectos y experiencias del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra en el aprendizaje del tema de la función lineal en estudiantes de undécimo grado. El diseño de investigación se basa en la metodología de cuatro grupos de Solomon para determinar las experiencias y la influencia de una intervención mediada por la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra y considerando los efectos de un pretest.

La implementación de la propuesta diseñada en la investigación se llevó a cabo durante el segundo periodo académico del año 2019, con dos grupos experimentales de sesenta y seis estudiantes que participaron en una intervención y dos grupos control con setenta estudiantes que abordaron convencionalmente la temática. Los resultados obtenidos por los grupos experimentales fueron comparados con los arrojados por los dos grupos control, que de manera convencional abordaron el mismo tema. Se realizó una prueba ANOVA y se verificó que la intervención tuvo un papel estadísticamente significativo en los resultados del postest.

Como parte de los resultados obtenidos se puede afirmar que existieron diferencias significativas entre los resultados logrados por los grupos experimentales, frente a los resultados del grupo control y que la prueba de pretest no tuvo influencia directa en estos resultados. Además, se evidenció una mejor actitud frente a la participación y a la realización de actividades haciendo uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra.

**Palabras Clave:** Aprendizaje, Aprendizaje Móvil, GeoGebra, Función (Lineal).

### **Abstract**

This thesis presents the results of the research carried out at Institución Educativa Distrital Colegio Alfredo Iriarte, located in Rafael Uribe Uribe, south of Bogotá, D.C. The objective of this research was to know the effects and experiences of the use of the mobile application “Graphic Calculator” of GeoGebra in the learning of the topic of the linear function in students of eleventh grade. The research design is based on the methodology of four Solomon groups to determine the experiences and influence of an intervention mediated by GeoGebra's mobile application "Graphic Calculator" and considering the effects of a pretest.

The implementation of the proposal designed in the research was carried out during the second academic period of 2019, with two experimental groups of sixty-six students participating in one intervention and two control groups with seventy students who conventionally addressed the topic. The results obtained by the experimental groups were compared with those obtained by the two control groups, which conventionally dealt with the same topic. An ANOVA test was carried out and it was verified that the intervention had a statistically significant role in the post-test results.

As part of the results obtained it can be stated that there were significant differences between the results achieved by the experimental groups, as opposed to the results of the control group and that the pretest test had no direct influence on these results. In addition, a better attitude towards participation and activities was evidenced by using the mobile application "Graphic Calculator" of GeoGebra.

**Keywords:** Learning, m-learning, (linear) function, GeoGebra.

## Introducción

La educación matemática ha sido favorecida con la tecnología y con el potencial que tiene las herramientas digitales para mejorar los procesos de aprendizaje (Bray & Tangney, 2017), generando nuevas dinámicas en los procesos educativos (Pepin, Yerushalmy, & Chazan, 2012). Un ejemplo de ello es el aprendizaje móvil; este aprendizaje en el contexto educativo se está convirtiendo en una alternativa innovadora dentro de las aulas de clase. En la presente investigación se indaga sobre las experiencias y efectos del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra (en adelante AM GeoGebra) en el aprendizaje de la función lineal para estudiantes de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte.

En el primer capítulo se expone los antecedentes, la descripción del problema y su justificación. Seguido a esto, se encontrará los objetivos generales y específicos. El tercer capítulo corresponde a la construcción del marco de referencia que se plantea desde las diferentes perspectivas en relación con antecedentes históricos e investigativos, el marco contextual, teórico, pedagógico, tecnológico y legal.

En el cuarto capítulo se describe la metodología del estudio, argumentando el enfoque mixto de investigación. Además de hacer una breve descripción de los instrumentos utilizados y el proceso de validación de éstos, así como el desarrollo de las etapas del proyecto y la unidad didáctica planteada para la intervención.

En el quinto capítulo se realiza un análisis detallado de los resultados obtenidos, desde un análisis cuantitativo y cualitativo, y se realiza posteriormente una triangulación. Finalmente, en el sexto capítulo se presentan las conclusiones en relación con el objetivo general de investigación y se finaliza con las recomendaciones y trabajo futuro.

## 1. Problema

### 1.1 Descripción del Problema

El desarrollo tecnológico de las últimas décadas ha transformado el mundo entero en diferentes aspectos (Aiyedun, Odewumi, & Obielodan, 2018; Lee, 2002). Hoy en día, una gran cantidad de personas cuentan con acceso a internet, teléfonos móviles, tablets, comunicaciones a nivel nacional y mundial al instante, entre otras; para el 2016, el total de dispositivos móviles a nivel mundial alcanzó los 7,9 mil millones, es decir más de las personas que hay en nuestro planeta (Rivero, 2016). Esto implica que los niños y jóvenes que se encuentran hoy en los colegios han nacido, crecido y formado inmersos en una era tecnológica, han pasado muchas horas frente al computador, teléfonos inteligentes, dispositivos digitales, televisores, videojuegos, etc.; en consecuencia, a estas nuevas generaciones se les puede llamar: “Nativos Digitales” (Marc Prensky, 2001), “Aprendices del Nuevo Milenio” (Pedró, 2006), “la generación Net” (Bober y Livingstone, 2005, citado por (Gabriel, Wiebe, Macdonald, Edward, & Ca, 2009)), (W. Hall, Keynes, Jones, & Shao, 2011), “La generación M<sup>2</sup>” (Rideout M.A., Foehr Ph.D., & Roberts Ph.D., 2010) o “los Millennials” (Dennis, 2011)

Entonces, la práctica docente se ve cuestionada diariamente ya que se ve rezagada frente al cómo aprenden los estudiantes (Barbaux, 2006), puesto que es una generación nacida entre la tecnología, con necesidades, expectativas e intereses que se relacionan con un mundo digital, con capacidad de realizar múltiples tareas, tener acceso a información de manera instantánea además de estar socialmente conectados (Oblinger & Oblinger, 2005). Llevan a cabo actividades cotidianas de maneras distintas, comparten fotos y videos, pertenecen a redes sociales (Al-Kandari, Al-Hunaiyyan, & Al-Hajri, 2016) y leen e-books (Davy, 2007).

También se comunican, venden y compran, intercambian música, películas y humor, crean sitios y avatares, juegan y comparten información en línea y, sin lugar a dudas, aprenden de manera distinta; por eso es urgente buscar maneras diferentes para que ese aprendizaje esté mediado por los nuevos recursos (Alonso, Gonzálvez, & Bartolomé, 2016). Se debe involucrar la tecnología digital en el aula, como una herramienta importante en los nuevos paradigmas educativos para la sociedad de la información en la que vivimos hoy (S. L. Watson & Watson, 2011; W. R. Watson, Watson, & Reigeluth, 2015), como lo plantea Marqués (2012) “la escuela debe integrar la nueva cultura” (p.6); de hecho los resultados de estudios empíricos, donde se ha utilizado una variedad de software especializado y aplicaciones han permitido cambios curriculares en los diferentes niveles y, en especial, en estudiantes de secundaria (Sutherland y Rojano, 2012; citado por (Rojano, 2015)).

El uso de la tecnología en el aula proporciona a los estudiantes acceso a la información en cuestión de segundos, además de ser un medio para construir significados, controlar, hacer seguimiento y evaluar su propio aprendizaje; también permite contribuir a una sociedad bien informada y con capacidades, conocimientos y habilidades digitales flexibles (Hanson-Smith, 1997; Sharples et al., 2016). Dentro de estas tecnologías ha surgido interés específicamente por los dispositivos móviles, como potenciales recursos para ser herramientas de aprendizaje y factor motivador para los estudiantes (Cadavieco & Rodil, 2018); se considera que, además de estar al alcance de todos, han transformado las prácticas y estructuras a nivel social y cultural en los diferentes ámbitos de la vida (Cook, Pachler, & Bachmair, 2010). Resultados de investigaciones de diferentes autores plantean efectos positivos frente al uso de tecnologías móviles en el aula, destacándolos como una posibilidad para potenciar el aprendizaje (Al-Hunaiyyan, Alhajri, & Al-Sharhan, 2017; Pimmer, 2016). La tecnología móvil ha ganado popularidad por su efectividad en



los procesos educativos debido a dos características: en cualquier momento y desde cualquier lugar (Bidin & Ziden, 2013; Elfeky & Yakoub Masadeh, 2016). Otros resultados han incorporado la tecnología móvil en diferentes campos y enfoques; las fotografías como recordatorios instantáneos que permiten fijar algún tipo de aprendizaje (Garrett & Jackson, 2006), para tomar notas rápidas etiquetadas como ideas (Schepman, Rodway, Beattie, & Lambert, 2012), construcción de representaciones visuales con audio y video que les concede recopilar información y construir conocimiento (Lan, Tsai, Yang, & Hung, 2012), incorporar la tecnología en clases de inglés a partir de los teléfonos inteligentes usando códigos QR (Jeon, 2015), entornos de aprendizaje ubicuo con realidad aumentada y tabletas para estimular la comprensión del espacio tridimensional (Bailenson et al., 2008)(Saorín, 2013), entre otros.

Es así como se encuentra una posibilidad: el aprendizaje móvil que se define como “la explotación de tecnologías de mano (ubicuas), junto con redes inalámbricas y de telefonía móvil, para facilitar, apoyar, mejorar y ampliar el alcance de la enseñanza y el aprendizaje” (Kalloo & Mohan, 2012). Así, “la combinación de tecnologías móviles y las habilidades cognitivas y sociales de ‘la nueva generación digital’ necesita nuevas soluciones en el concepto actual de aprendizaje” (Uzunboylu, Bicen, & Cavus, 2011).

Hoy en día, en varios países, en las aulas de clase se encuentra este tipo de artefactos (móviles) pero no usados como herramienta pedagógica, de hecho, son vistos por muchos docentes como un distractor en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, cuando realmente deberían ser utilizados como parte del proceso (Marc Prensky, 2016a). Un estudio realizado con trescientos veintinueve docentes de matemáticas de escuelas secundarias de diecinueve distritos de Teherán-Irán, entre los años 2012 y 2013, incluyó un cuestionario para conocer la percepción de los docentes sobre el efecto del aprendizaje móvil en diferentes aspectos del aprendizaje de las

matemáticas, llegando a conclusiones tales como: “la utilización de dispositivos móviles aumenta la motivación”, “tiene efectividad en la participación de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas”; dichos dispositivos motivan, captan su atención y mejoran aspectos tales como lectura, escritura, memoria mientras resuelven problemas, gracias a la variedad de aplicaciones educativas que son descargables en los dispositivos móviles (Taleb, Ahmadi, & Musavi, 2015).

Los entornos interactivos y las diferentes aplicaciones para la enseñanza y aprendizaje en matemáticas, según diferentes estudios, refuerzan la hipótesis que las herramientas posibilitan la construcción y manipulación de objetos matemáticos (Hegedus & Moreno-Armella, 2011). En esas aplicaciones los estudiantes se apoyan de manera gráfica para formular conjeturas y generalizaciones haciendo clic y arrastrando puntos de acceso de los objetos permitiéndoles redibujar y actualizar dinámicamente la información en la pantalla mientras arrastran el mouse (Drijvers et al., 2010; Sollervall, 2016). Entonces, con el apoyo de la tecnología se ayuda al estudiante a concretar conceptos matemáticos y también “facilitar la configuración en la mente del estudiante a través de algunos gráficos de teoremas conocidos y estudios multidimensionales” (Pozzi & Persico, 2011).

Dentro de estas aplicaciones se localiza AM GeoGebra como un software que proporciona una herramienta versátil que sirve para visualizar ideas matemáticas a diferentes niveles; reúne geometría, álgebra y estadística en un solo programa fácil de usar (International GeoGebra Institute, 2018b). GeoGebra ofrece la posibilidad de manipular ecuaciones al tiempo que se observa su gráfica y está dirigido a estudiantes entre los diez y dieciocho años y profesores en escuelas secundarias, animando a los estudiantes a abordar las matemáticas de forma experimental (Hohenwarter & Fuchs, 2005). Este software tiene como ventajas: una interfaz fácil de usar que permite al usuario hacer cambios en una pantalla y observar dichos cambios en otra ventana (de

manera simultánea); permite guardar, exportar archivos de trabajo, se encuentra en más de treinta y cinco idiomas y una de sus mayores ventajas es la vinculación del álgebra y la geometría para observar un mismo objeto matemático desde las dos perspectivas de manera complementaria (Hohenwarter & Jones, 2007). GeoGebra es un programa descargable de manera libre escrito en Java para que se ejecute en cualquier computador ya sea directamente desde la web o instalándolo (Edwards & Jones, 2006). Actualmente, se encuentra disponible en las diferentes plataformas, incluyendo aplicaciones de escritorio o portátiles con varios sistemas operativos (Kovács, Recio, & Vélez, 2018) ; así como aplicación libre para dispositivos móviles: iOS y Android (International GeoGebra Institute, 2018a). GeoGebra proporciona amplios beneficios en la enseñanza de las matemáticas (Alkhateeb & Al-Duwairi, 2019), permitiendo visualizar el conocimiento matemático (Khalil, Khalil, & Zahoor, 2019).

Por otra parte, en la educación matemática se enfrenta a un dilema frente al aprendizaje de la función y sus representaciones (Dede & Soybaş, 2011); el primer acercamiento que el estudiante de bachillerato tiene al concepto de función es precisamente a través de la función lineal, pero ésta es comúnmente introducida de la forma estándar  $y = mx + c$  y de manera generalizada como  $ax + by = c$ ; para luego, enseñar a representarla gráficamente, resolver ecuaciones simples para una variable y finalmente llegar a resolver “problemas de palabras” aplicando la teoría estudiada; pero al llegar a este punto los docentes se encuentran con estudiantes que no pueden aplicar lo aprendido cuando comienzan a resolver problemas en contexto y además se preguntan ¿para qué hacen eso? (Bardini, Pierce, & Stacey, 2004).

Del escenario anterior no son ajenos los estudiantes de undécimo grado del IED Alfredo Iriarte Sede A “Chircales”, perteneciente a la Localidad dieciocho de Bogotá D.C; ya que:

1. Son estudiantes que en promedio tienen 17 años (ver resultados de edades en las tablas 1 y 5, de la sesión 3.3.4 caracterización de los grupos a intervenir); además de tener acceso permanente al internet, a los dispositivos móviles e incluso algunos de ellos cuentan con datos móviles (ver en las tablas 2, 3, 6 y 7, de la sesión 3.3.4 caracterización de los grupos a intervenir), por lo cual se pueden considerar como “nativos digitales”, término utilizado por Prensky (2001), para referirse a los jóvenes que han crecido en medio de la tecnología, pasando muchas horas frente a televisores, videojuegos, juegos en línea y dispositivos móviles; por lo cual aprenden de diferentes maneras.
2. Las políticas públicas plantean la importancia de incorporar las nuevas tecnologías en los procesos educativos para mejorar la calidad de la educación en Colombia (MinTIC, 2008-2019), y resaltan el uso de las TIC y las diversas tecnologías para que sirvan “como instrumentos hábiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje y no como finalidades” (Ministerio Nacional de Educación, 2016, p. 53)
3. Los DBA planteados por el MEN (2016), para los estudiantes de undécimo grado traza como un derecho básico de aprendizaje el uso de las propiedades y los modelos funcionales para analizar situaciones y establecer relaciones entre variables en diferentes situaciones (MEN, 2016)
4. Esta temática es pertinente para undécimo grado, ya que en el plan de estudios del área de matemáticas del Colegio Alfredo Iriarte se plantea como un aprendizaje básico las funciones, sus características, gráficas y modelamiento de situaciones de la vida cotidiana.
5. El aprendizaje de la función lineal ha sido objeto de estudio en las últimas décadas por diferentes investigadores como: Vinner (1983), Vinner y Tall (1981), Hitt (1998, 2003, 2016), Abdullah (2010), Akkoc y Tall (2002) y, quienes concluyeron que esta temática es

de un alto nivel de complejidad y básica para el desempeño académico en los cursos avanzados de cálculo.

6. La temática para tratar en la presente investigación es el aprendizaje de la función lineal, en la cual los estudiantes del Colegio Alfredo Iriarte presentan dificultades, no tiene un concepto formal de la función, sino una noción intuitiva.

Esto se reflejó en los resultados obtenidos en el Simulacro Diagnóstico Saber para undécimo grado realizado por el Colegio Alfredo Iriarte al inicio del año 2019 (Colegio Alfredo Iriarte, 2019), prueba que fue presentada por ciento veintinueve estudiantes de los ciento treinta y seis que son en total. En el área de matemáticas se plantearon de las cuarenta y cinco preguntas, siete que se relacionan con la temática propuesta en la presente investigación (las preguntas 2, 5, 6, 33, 43, 44, 45), en las cuales los estudiantes presentan un mínimo porcentaje de respuestas correctas, el promedio de las respuestas correctas a esas siete preguntas fue de 29,12%, deduciendo así que los estudiantes tienen dificultades conceptuales y de representación con la función lineal.

7. Estudios como los planteados por Prada Nuñez, Suárez Hernández y Jaimes Contreras afirman que los estudiantes que llegan a las universidades públicas presentan falencias en la noción de función (2017), por lo cual sugieren que esta temática sea revisada y estudiada en los colegios.

## 1.2 Formulación del Problema

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores se formula la siguiente pregunta para orientar la presente investigación:

¿Utilizar en clase de matemáticas la aplicación móvil “¿Calculadora Gráfica” de GeoGebra, mejora el rendimiento y las actitudes hacia el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes de undécimo grado en la jornada Única del IED Alfredo Iriarte?

## 1.3 Justificación

Durante mucho tiempo, diferentes resultados de investigaciones han intentado comprender, entender y mejorar el aprendizaje del concepto de función, además de investigar las diferentes interpretaciones y construcciones asociadas con las funciones y algunas de sus representaciones, este tema ha sido de gran interés para la educación matemática desde décadas atrás (Abdullah, 2010; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Marcelo, Rodrigo, & Mario, 2018; Sierpinska, 1992). Ya desde 1988, Tall (1988) realizó estudios sobre el concepto de imagen y el concepto de definición de función, y junto a Akkoc (Tall & Akkoc, 2003) efectúan un estudio donde contrastan la simplicidad matemática del concepto de función que es apreciada por algunos estudiantes y el espectro de complicaciones cognitivas que tienen la mayoría de los estudiantes para hacer frente a la definición de la función en sus representaciones.

Pero este mismo tipo de estudios se evidencia, a lo largo de varias décadas, desde diferentes puntos de vista, enfoques y paradigmas, como se describe a continuación:

Sierpinska afirma que las dificultades con la noción de función se han establecido y reportado durante mucho tiempo, puesto que los estudiantes tienen problemas para establecer

vínculos entre las diferentes representaciones de las funciones, el concepto del valor de la función solo se relaciona con la actividad de calcular el valor en los casos donde se da la fórmula (Sierpinska, 1992)

Thompson discutió los resultados de investigación sobre la comprensión de las funciones y la importancia que tiene en los planes de estudio, y afirma que lograr por parte del estudiante una concepción de la función no es un logro trivial, e incluso algunos necesitan recibir unas instrucciones que se centran en su desarrollo. Afirma que gran parte de la literatura sobre los conceptos de función resaltan lo que el estudiante no sabe del tema y explica las razones de este hecho, y plantea como los estudiantes pueden utilizar los conceptos de función cuando razonan sobre las representaciones de relaciones cuantitativas y numéricas y acerca de las propiedades de dichas relaciones (Thompson, 1994). Tall plantea que la forma en que se desarrollan las representaciones numéricas y simbólicas implica una forma interesante de crecimiento cognitivo (Tall, 1996).

Bardini y otros (2004) realizaron un estudio con una clase de diecisiete estudiantes donde analiza las consecuencias de adoptar un enfoque funcional para la enseñanza del álgebra, donde el uso de las calculadoras graficadoras permitió un progreso considerable para describir de forma algebraica relaciones lineales (Bardini et al., 2004). Abdullah estudio la comprensión del concepto de función en estudiantes de secundaria en Malasia e indica tres tipos de dificultades en el aprendizaje del concepto de función: símbolos, conexión con el gráfico y la definición teórica. Plantea que comprender el concepto de función implica la capacidad de establecer conexiones entre diferentes representaciones del concepto (Abdullah, 2010).

Por su parte Dubinsky y Wilson (2013) realizaron un estudio enfocado al aprendizaje del concepto de función implementando el Proyecto de Álgebra, el cual estaba dirigido a los estudiantes con desempeños bajos en logros académicos, además presentaban dificultades sociales y económicas, este proyecto que se desarrolló tenía como objetivo proyectar un plan de estudios para cuatro años que permitiera acelerar el aprendizaje en matemáticas de tal manera que el grupo obtuviera un nivel universitario. Esta estrategia arrojó resultados positivos, por lo cual Dubinsky y Wilson concluyen que con la pedagogía adecuada, es posible que los estudiantes aprendan matemáticas sustanciales y no triviales en la escuela secundaria y que el enfoque del Proyecto de Álgebra es un ejemplo de dicha pedagogía (Dubinsky & Wilson, 2013)

Szanyi (2016), afirma que la función es un concepto básico de las matemáticas y plantea que, con un desarrollo apropiado, es posible que los estudiantes lleguen a usar modelos de funciones para describir tanto situaciones matemáticas como problemas no matemáticos; y propone un modelo de seguimiento de reglas que combina las características de los niveles de Van Hiele y los niveles de lenguaje sobre la función como preparación para el concepto de función de estudiantes de sexto grado en Ucrania; dicho estudio reveló que no todos los estudiantes alcanzaron los diferentes de Van Hiele ya que resultaron problemáticas las tareas que implican el uso de conceptos ya conocidos (expresiones de letras y relación lineal) en situaciones nuevas, además de una posible deficiencia en cuanto edad se refiere.

De lo anterior se puede afirmar que, aunque durante las últimas décadas se ha abordado el problema del aprendizaje de la función lineal, no se ha dicho la última palabra, y como señala Abdullah (2010) “el concepto de función es uno de los temas más importantes en el plan de estudios de matemáticas” ya que juega un papel fundamental en el aprendizaje del álgebra, la trigonometría y, posteriormente, en el aprendizaje del cálculo; es un tema fundamental en el



desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de los diferentes grados y en diferentes temáticas (Tarraf, Hejase, & Hejase, 2018), como lo afirma Azcárate y Deulofeu (1996) el concepto de función es de gran importancia ya que tiene “un gran campo de aplicaciones prácticas” (Azcárate & Deulofeu, 1996, p. 17). También se destaca que este tema que se presenta de manera transversal en los lineamientos curriculares (MEN, 1998), estándares curriculares (MEN, 2006) y derechos básicos de aprendizaje de matemáticas en Colombia (MEN, 2016).

Abdullah (2010) plantea que “es fundamental que los maestros continúen apoyando y guiando a los estudiantes hacia un aprendizaje sofisticado”, por tanto, es necesario que el maestro realice sus prácticas pedagógicas teniendo en cuenta las características de los jóvenes que actualmente se encuentran en las aulas (nativos digitales), que tienen expectativas e intereses diferentes, de ahí la importancia de que el docente haga uso de la tecnología en el aula. Para continuar con esta ruta de investigación, la presente investigación construirá e implementará una unidad didáctica para abordar el concepto de función utilizando la AM GeoGebra, como un elemento innovador dentro del aula que permite realizar las conversiones entre las diferentes representaciones de la función lineal, como son: algebraica, visual (geométrica) y numérica, acorde a lo planteado por Hitt (2003), cuando señala que es vital para la construcción de un concepto matemático realizar conversiones entre las diferentes representaciones, a lo cual apunta esta aplicación.

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo General**

Describir y analizar las experiencias y los efectos del uso de dispositivos móviles en el aprendizaje de la función lineal haciendo uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra con los estudiantes de undécimo grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte

### **2.2 Objetivos Específicos**

Reconocer las perspectivas teóricas presentes en la literatura que orientarán la comprensión del aprendizaje móvil en clave del aprendizaje de la función lineal en estudiantes en etapa escolar.

Construir e implementar una unidad didáctica mediada por la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra que promueva el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de Undécimo Grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte, sede Chircales.

Relatar las experiencias del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra para el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de undécimo grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte

Analizar los efectos del uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra para el aprendizaje de la función lineal a partir de la estimación de la diferencia de medias entre los resultados obtenidos en pruebas escritas estandarizadas en cuatro grupos diferentes de undécimo grado.

### **3. Marco Referencial**

#### **3.1 Antecedentes Históricos**

En las últimas décadas el progreso, la revolución en la informática y las comunicaciones se ha desarrollado a un ritmo acelerado, teniendo grandes efectos en numerosos dominios de la sociedad y afectando a diferentes sectores de servicios ( Lee, 2002; Karimi, 2016); este auge y la presencia de las tecnologías digitales han transformado y están transformando las relaciones humanas y los poderes cognitivos (Moreno-Armella & Santos-Trigo, 2016). Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) han revolucionado muchos aspectos de la vida del ser humano y el ámbito educativo no ha sido una excepción (Saorín, 2013); Montriex (2014) afirma que, en esta era digital, se ha demostrado en diversos estudios que las TIC tiene un impacto positivo en la educación y han hecho que la enseñanza y el aprendizaje sean más interesantes, motivadores y significativos (Lilia Korenova, 2017; Lavicza & Prodromou, 2017; Marc Prensky, 2003; Rahamat, Shah, Din, & Aziz, 2017); como lo plantea Prensky el uso de la tecnología mejora nuestras capacidades (Marc Prensky, 2009). La educación y la tecnología están intrínsecamente entrelazadas (Montrieux et al., 2014), por lo que el reto es incorporar parte de su lenguaje y de su vida (como son el cine, la televisión y el internet) al sistema educativo moderno de manera más efectiva (Soler Pérez, 2008); no se trata de evitar la tecnología, sino de hacer un uso adecuado de ella (Hitt, 2016; Marc Prensky, 2016b) y así lograr involucrar al estudiante (Marc Prensky, 2005).

Prensky afirmó en el 2001, que el declive de la educación radica en el cambio esencial de los estudiantes, ya que ellos no son las personas para las cuales fue diseñado el sistema educativo; los estudiantes no solo han cambiado su forma de hablar o vestir, sino que los jóvenes de hoy

representan a las primeras generaciones que crecieron con nueva tecnología y esto ha producido una gran discontinuidad; Prensky afirma que los universitarios al graduarse han pasado más de veinte mil horas frente al televisor, diez mil horas frente a los videojuegos, mientras que leyendo menos de cinco mil horas; los dispositivos móviles forman parte de su vida (Mark Prensky, 2001).

En esta era digital, las TIC se están usando cada vez más en los procesos de aprendizaje, basándose principalmente en las tecnologías disponibles a través de la red (Aiyedun et al., 2018), de aquí que haya surgido interés por el aprendizaje que involucren los dispositivos móviles: m-learning (aprendizaje móvil), ya que éstos son considerados como herramientas al alcance de todos (Cook et al., 2010), y están generando un impacto positivo en las prácticas de enseñanza y aprendizaje (Montrieux, Vanderlinde, Schellens, & De Marez, 2015).

### **3.2 Antecedentes Investigativos**

Numerosos estudios a nivel nacional e internacional demuestran que el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje es un fenómeno relativamente nuevo, y se ha convertido en el enfoque de los investigadores educativos en los últimos años (Ali, Haolader, Muhammad, & Student, 2013; Crompton, Burke, Gregory, & Grâbe, 2016). Años atrás se vislumbraba el aprendizaje móvil como presagio del futuro de la educación (Keegan, 2002); para el año 2005, el término “m-learning” se convirtió en un término reconocido (Helen Crompton, 2013).

La presente investigación se refiere, específicamente a los estudios sobre aprendizaje móvil, ya que el papel esencial de la movilidad y la comunicación en el proceso de aprendizaje ha creado la necesidad de re-conceptualizar el aprendizaje para la era móvil (Sharples, Taylor, & Vavoula, 2005), por ello se hace una revisión de publicaciones realizadas en los últimos años acerca de este tipo de aprendizaje.

**3.2.1 Internacional.** Estudios como el de Schepman (2012) demostró que el uso de software multiplataformas como note-taking (que permitía a los estudiantes tomar notas rápidas etiquetadas como ideas), tiene potencial para mejorar el aprendizaje en los estudiantes. Por su parte Lan y otros (2012), presentaron resultados de investigación donde se demostró que las discusiones asincrónicas en línea y combinar el análisis de contenido con el análisis secuencial usando dispositivos móviles influye de manera positiva en el rendimiento de los estudiantes, ya que les permite debatir, reflexionar, compartir más información y facilitar la construcción del conocimiento (Lan et al., 2012).

También se han desarrollado investigaciones acerca del impacto de estrategias innovadoras utilizando eContent (recursos disponibles electrónicamente) y dispositivos móviles como es el uso de los e-book (libros electrónicos) para el aprendizaje de los estudiantes de Trabajo Social y de Enfermería y se descubrió que tener acceso a dos o más dispositivos móviles aumentaba significativamente la frecuencia de acceso a los eBooks; la investigación demostró que se tiene un impacto significativo en la experiencia educativa (Glackin, Rodenhiser, & Herzog, 2014; Radović, Radojčić, Veljković, & Marić, 2018). Pepin, Yerushalmy y Chazan (2012) también realizaron un análisis acerca de los libros electrónicos, sus clases y usos, afirmando que éstos permiten transformar las prácticas educativas y generar nuevas dinámicas en clase.

En el aprendizaje de idiomas, se han reportado estudios donde se obtienen efectos positivos para el aprendizaje; aquí encontramos a Jeon (2015), quien hizo uso de Códigos QR en clase de inglés integrando los teléfonos inteligentes en los procesos de aprendizaje; Azara y otros (2014) hicieron uso de dispositivos móviles para mejorar la comprensión auditiva y obtuvieron como resultado que, además de ser una forma efectiva de mejorar la comprensión auditiva, el grupo experimental arrojó resultados más homogéneos; Burston (2011) desarrolló el proyecto llamado

MobLang que consistió en desarrollar lecciones con frases léxicas para que el estudiante pueda adquirir patrones gramaticales básicos, por medio de siete categorías, este proyecto proporcionó a los estudiantes competencias comunicativas básicas en idiomas mediante el uso de teléfonos móviles; por su parte Burston (et.al) considera los teléfonos como una herramienta de aprendizaje de idiomas portátil, que atrae el interés ya que apoya el aprendizaje del inglés desde cualquier momento y cualquier lugar, y la llegada de teléfonos programables equipados con tarjetas de memoria y con capacidad de visualización de gráficos y video, así como la reproducción y grabación de audio, proporcionando una plataforma que puede soportar actividades de aprendizaje de idiomas hasta ahora reservadas para aplicaciones informáticas; Huang y otros (2016) plantearon la importancia de tener vocabulario para el aprendizaje de un idioma, por lo que llevaron a cabo un estudio donde se utilizaba el m-learning como una herramienta para buscar nuevas palabras y proporcionar el significado de ellas en cualquier momento y lugar, permitiendo que el grupo experimental mostrara una mejora significativa en cuanto a recordar y comprender el significado de los nuevos términos. También, Natsir (2018) relacionó como la intensidad en el uso de la herramienta de aprendizaje móvil para aprender inglés mejora el promedio de los estudiantes de tercer, quinto, séptimo semestre de la Universidad Muhammadiyah de Makassar.

También se desarrolló un estudio sobre el efecto del aprendizaje móvil en el rendimiento académico y habilidades de conversación de los estudiantes especializados en idioma inglés, descubriendo que este tipo de aprendizaje influye en la vida de los estudiantes y mejora la práctica del docente siempre y cuando se utilicen de manera efectiva, de lo contrario los dispositivos móviles pueden ser un distractor para los estudiantes y deteriorar la interacción entre académicos y estudiantes (Elfeky & Yakoub Masadeh, 2016).

En Artes, se encuentran investigaciones que favorecen el aprendizaje móvil, como la hecha por Saorín (2013), donde se reportaron resultados positivos al brindar un entorno de aprendizaje ubicuo para estimular la comprensión del espacio tridimensional implementando seis modelos de aluminio y su versión digital en Realidad aumentada y en tabletas multitáctil, permitiendo sustituir los modelos físicos; también Aiyedun y otros (2018) hallaron en su investigación sobre aplicaciones móviles para el aprendizaje de Bellas Artes en universidades de Nigeria, que los estudiantes que utilizaron aplicaciones mostraron mejor desempeño que sus homólogos con el método tradicional. Pero además de obtener mejores resultados otros estudios, como el de Martín y Ertzberger (2013), identificaron los efectos del aprendizaje móvil aquí y ahora sobre la actitud de los estudiantes; en este estudio participaron 109 estudiantes de pregrado y cursos de tecnología de la instrucción de la Universidad Regional del Sureste (México), quienes fueron asignados en diferentes versiones de lecciones de artes: Tratamiento Basado en Computadores (TBC), versión iPad y versión iPod. Primero hicieron una prueba preliminar, luego fueron asignados a una de las tres versiones de la lección de arte que desarrollaron utilizando “Lectore Inspire” incorporando información de cinco pinturas diferentes localizadas dentro del edificio educativo; los estudiantes que pertenecían a los grupos de iPad y iPod observaban las pinturas y al tiempo obtenían información sobre el artista, la obra, el medio, el estilo, etc; mientras que los de TBC se devolvían al salón para obtener información. Frente a los logros, los resultados obtenidos por el grupo del tratamiento de TBC fueron un poco más altos; los estudiantes con móviles (iPod y iPad) tuvieron mejores resultados frente la actitud, indicando así que este tipo de tecnología puede ser atractiva para los estudiantes.

En Historia, se llevó a cabo una investigación con estudiantes de pregrado haciendo un recorrido guiado en un sitio emblemático utilizando aplicaciones de Realidad Aumentada en

dispositivos móviles para encontrar diferencias entre las ubicaciones históricas pasadas y presentes, los resultados que se obtuvieron señalan que los estudiantes aprendían de una manera efectiva y agradable e identificaban al aire libre dichas diferencias necesitando menos andamios o estructuras (Harley, Poitras, Jarrell, Duffy, & Lajoie, 2016).

En otras áreas, como en Ciencias de la Salud, Chuang y Tsao (2013), evaluaron de manera positiva la efectividad del uso de SMS de teléfonos móviles para mejorar el conocimiento de medicamentos en estudiantes de enfermería y obteniendo, por parte de ellos, un mayor nivel de satisfacción por encima de los estudiantes promedio.

En Matemáticas, se encontraron investigaciones que involucran el uso de tecnología en el aula, como el estudio desarrollado por Pilli y Aksu (2013) donde demostraron los efectos positivos del software educativo “Frizbi Mathematics 4”, que fue efectivo para mejorar la actitud y habilidad hacia las matemáticas. También se encuentra la tesis doctoral de Planchart (2001) quien hace uso del programa Cabri para la visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función. Por su parte Jackiw (2013) presentó los efectos positivos de la tecnología Multitouch utilizada por el programa Sketchpad (que se desarrolló de manera simultánea con Cabri); este programa permite explorar y demostrar generalidades de la Geometría utilizando construcciones dinámicas geométricas que permiten hacer interacciones de cuerpo único con variables matemáticas. Por su parte, Le y Kim (2017) implementaron y demostraron que una aplicación de aprendizaje de geometría basada en interacciones en el movimiento de la mano proporciona a los estudiantes aprendizaje de Geometría en 3D.

En Educación Matemática, el software que se destaca es GeoGebra, alrededor del cual se han desarrollado investigaciones que evidencian su uso positivo, mejorando procesos de



aprendizaje en diferentes temáticas y ramas de las matemáticas. Hohenwarter y otros (2008), presentan al software GeoGebra como una oportunidad para en la enseñanza del cálculo explorando conceptos básicos como límites, derivadas y antiderivadas; en esta misma línea se encontró que en el cálculo diferencial se han demostrado resultados positivos en la comprensión y conocimiento de los estudiantes (Arini & Dewi, 2019; Dikovic, 2009; Ocal, 2017; Sari, 2017; Sari, Hadiyan, & Antari, 2018; Yilmaz. Zengin, 2018); el uso del software GeoGebra permitió que estudiantes con baja capacidad de visualización espacial obtuvieran mejores resultados en el aprendizaje de Geometría, que los estudiantes con esta misma condición en un curso tradicional (Abdul, Fauzi, Ayub, & Ahmad, 2010); Reisa (2011) hizo uso de GeoGebra para ayudar a los estudiantes a conceptualizar las operaciones de suma y resta de números enteros y afirmó que, además de obtener mejores resultados, GeoGebra permitió centrar más la atención de los estudiantes. Khalil, Farooq, Çakiroglu, Khalil y Khan (2018) hicieron uso del software para la comprensión de la Geometría Analítica en estudiantes de duodécimo grado en Pakistán; en este campo también se encontraron resultados positivos en el uso de GeoGebra frente a la enseñanza de las secciones de la parábola (Reis & Ozdemir, 2010) y los resultados obtenidos por Ibro y Ljajko (2013), quienes introducen GeoGebra para construir el concepto de elipse, afirmaron que no sólo favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que también existe una mejora en términos de velocidad y calidad.

Aizikovitsh-Udi y Radakovic (2012) exploraron el uso de GeoGebra como una herramienta visual dinámica para entender conceptualmente la fórmula de Bayes; para este fin, usaron applets y, además apoyaron el desarrollo de su trabajo con el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico. Zengina, Furkan y Kutluca (2012) determinaron efectos positivos en el uso del software GeoGebra en el rendimiento de los estudiantes en la enseñanza de la trigonometría y obtuvieron

mejores resultados respecto a una enseñanza de instrucción constructivista. Por su parte investigaciones llevadas a cabo por Dogan y İçel (2011), Shadaan y Eu (2013), Bhagat y Chang (2015), Azizul y Din (2016), Choi y Hong (2016), Seloraji y Eu (2017) y Jelatu, Sariyasa y Made Ardana (2018), Tay y Wonkyi (2018), señalan que GeoGebra es una herramienta eficaz para enseñar y aprender geometría en la escuela secundaria; Arbain y Shukor (2015) investigaron la efectividad del uso de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de la Estadística, demostrando que el uso de este software tiene un impacto positivo en el desempeño de los estudiantes; Caligaris, Romiti y Schivo (2015) hicieron uso de este software para comprender definiciones y teoremas relacionados con contenidos referidos a cálculo diferencial e integral, manejo de representaciones simbólicas y gráficas, preparando applets para entender el concepto de límite y de la derivada de una función, demostrando que este tipo de metodología de enseñanza es mucho más efectiva que la tradicional y facilita los aprendizajes de los conceptos fundamentales del Cálculo. Breda y Dos Santos (2016) hicieron uso de GeoGebra para visualizar propiedades de funciones complejas utilizando dominios de coloración; Ryokiti y Oliveira (2016), elaboraron una secuencia didáctica electrónica para construir el concepto de línea poligonal, polígono, clasificación de polígonos, así como fórmulas del área, demostrando así que GeoGebra es un software adecuado para la construcción de objetos de aprendizaje manipulables sin necesidad de conocimientos avanzados en programación, además de abordar construcciones con AM GeoGebra como alternativa metodológica para la construcción de conceptos geométricos. Vargas y Otros (2018) investigaron sobre la incidencia del uso de GeoGebra en el proceso de aprendizaje de gráfica de funciones y determinaron que el software es una herramienta de apoyo académico que incide de manera positiva en el proceso de las representaciones gráficas de funciones y en el tiempo empleado; la mayoría de los estudiantes coinciden en que el uso de GeoGebra ayuda a visualizar el problema.

Takači, Stankov y Milanovic (2015) y Schwarz et al. (2018) concluyeron en sus estudios, acerca del aprendizaje colaborativo asistido por computador haciendo uso de GeoGebra, que este software habilita un aprendizaje eficiente y más fácil de la temáticas de cálculo.

Otros autores en diferentes áreas de conocimiento, entre ellos: Aveni, Serow y Steve (2014), Petkova (2014), Horzum y Ünlü (2017), Salsabila, Johar y Wahyuni (2017) y Bozkurt y Ruthven (2017), Campe (2018); Zengin (2012; 2017; 2018), Flehantov y Ovsienko (2019), validaron la efectividad del uso de esta tecnología educativa (GeoGebra), demostrando que se logra un alto grado de adquisición de conocimientos, formación y desarrollo de habilidades; un efecto positivo en el rendimiento de los estudiantes y un alto nivel de motivación.

Específicamente, es escasa la bibliografía que evidencie trabajos de investigación con AM GeoGebra; sin embargo, se destaca la investigación de tipo cualitativo de Mudaly y Fletcher (2019) en Sudáfrica, quienes lograron determinar la efectividad del uso de AM GeoGebra al permitir a los estudiantes descubrir las propiedades de los gráficos en la línea recta; además de analizar las respuestas de los estudiantes al usar esta aplicación descubriendo que la AM GeoGebra ayuda a los estudiantes a entender los conceptos de pendiente y punto de corte. Finalmente tener una perspectiva positiva del uso de la aplicación y disfrutar la experiencia. También se destaca la investigación, con resultados positivos, de Benítez (2016), quién usó la AM GeoGebra como instrumento mediador para la generación de gráficas.

**3.2.2 Nacional.** A nivel nacional encontramos la explotación del software GeoGebra en diferentes temáticas, entre ellas, la comprensión de los lugares geométricos elipse e hipérbola por medio de una secuencia didáctica permitiendo a los estudiantes generalizar y construir las propiedades de dichas sesiones cónicas, además, de facilitar la comprensión de sus diferentes

representaciones (Díaz & Aristizábal, 2016); Uribe y Arévalo (2016) plantean, en su tesis doctoral, el uso de GeoGebra para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción de función en un contexto universitario por medio de unos laboratorios de matemáticas que se conformaban por dos archivos, el primero correspondía a una guía de trabajo con una postura conductista y el otro con un documento que daba instrucciones que se debían ejecutar en GeoGebra. Ramírez y Castañeda (2016) plantean un diseño de actividades con GeoGebra para el cálculo del límite de función en un curso de Cálculo Diferencial, concluyendo que el uso de GeoGebra permite manipular los objetos matemáticos y, con ello, desarrollar competencias matemáticas de modelación, formulación, uso de múltiples representaciones y verificación de conjeturas.

**3.2.3 Regional y/o Local.** En publicaciones locales se han reportado los efectos positivos del uso de GeoGebra en aprendizaje de las Matemáticas. A continuación, se destacan los siguientes:

López, Morera y Jiménez (2016) hicieron uso del software para la enseñanza de campos vectoriales, mediante la construcción de algunas funciones en 2D y 3D permitiendo comprender de manera dinámica la representación de campos vectoriales; Quintero y López (2016) diseñaron una propuesta para el aprendizaje de las operaciones de números complejos para noveno grado en educación secundaria, asociando a este tipo de números con la representación en el plano a partir de las relaciones entre coordenadas cartesianas y polares.

Jiménez y Rojas (2016) propusieron una alternativa viable para la construcción gráfica de nudos topológicos en tres dimensiones haciendo uso del software GeoGebra, concluyendo que el desarrollo pedagógico y metodológico de la clase hace de este software un medio tecnológico apropiado como nueva alternativa para la construcción de este tipo de gráficos. Este software ha

sido utilizado como herramienta para graficar Series de Fourier para un número natural determinado, lo cual permitió a los estudiantes visualizar algunas de las características más importantes de las transformaciones de Fourier, debido al dinamismo que se tiene en el software.

Martínez (2013), presentó un diseño para la enseñanza de función en noveno grado utilizando el software GeoGebra en computadores de escritorio y concluyó que es una herramienta útil para orientar múltiples temáticas generando aprendizajes significativos. Alrededor de GeoGebra, León (2016) crea un laboratorio tecnológico llamado “Semillero de Investigación Mathema Kids” de matemáticas, en el cual estudiantes de sexto y séptimo grado hacen una interpretación de fenómenos físicos cotidianos usando GeoGebra y sensores para tomar datos; fomentando no solo el aprendizaje matemático, sino también el trabajo en equipo y la tolerancia

En la revisión bibliográfica hecha a nivel local en AM GeoGebra, se encuentra la investigación realizada por Rodríguez (2019), quien realizó una investigación con enfoque mixto, usando la metodología de cuatro grupos de Solomon, indagó sobre las experiencias y efectos del aprendizaje móvil en el polinomio de Taylor en métodos numéricos haciendo uso de AM GeoGebra, concluyendo que esta aplicación “permite crear construcciones geométricas dinámicas dando paso a la experimentación con objetos matemáticos inherentes al polinomio de Taylor desde su dispositivo móvil” (p.98), permitiendo que los estudiantes de los grupos experimentales obtuvieran mejores resultados en el posttest, frente a los grupos control que abordaron la misma temática pero haciendo uso de la calculadora CASIO fx-350MS.

A partir de esta revisión de antecedentes se puede evidenciar que:

1. Las TIC son hoy en día, un recurso válido para el mejoramiento de los procesos educativos, ya que elementos como el computador, los libros electrónicos, las plataformas, el internet y diferentes softwares son implementados en las aulas de clase.
2. Son bastantes las investigaciones que se han realizado teniendo como mediación dispositivos móviles dentro y fuera del aula de clase en función del aprendizaje de los estudiantes.
3. Es de tener en cuenta que son varias las áreas o disciplinas que se han vinculado a este modelo de enseñanza como lo es el aprendizaje móvil.
4. En el área de matemáticas se evidencia una tendencia fuerte a utilizar el software de GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de diversos temas.
5. Son muy escasa las investigaciones que vinculan el aprendizaje móvil, la AM GeoGebra y el tema de función lineal; esto permite evidenciar que la investigación es innovadora.

### **3.3 Marco Contextual**

Esta propuesta se implementará en el IED Alfredo Iriarte, ubicado en el barrio Chircales perteneciente a Localidad 18 de la Ciudad de Bogotá D.C., con los estudiantes de undécimo grado.

A continuación, se hace una breve descripción de la ciudad y la trayectoria de la Institución.

### 3.3.1 Bogotá D.C

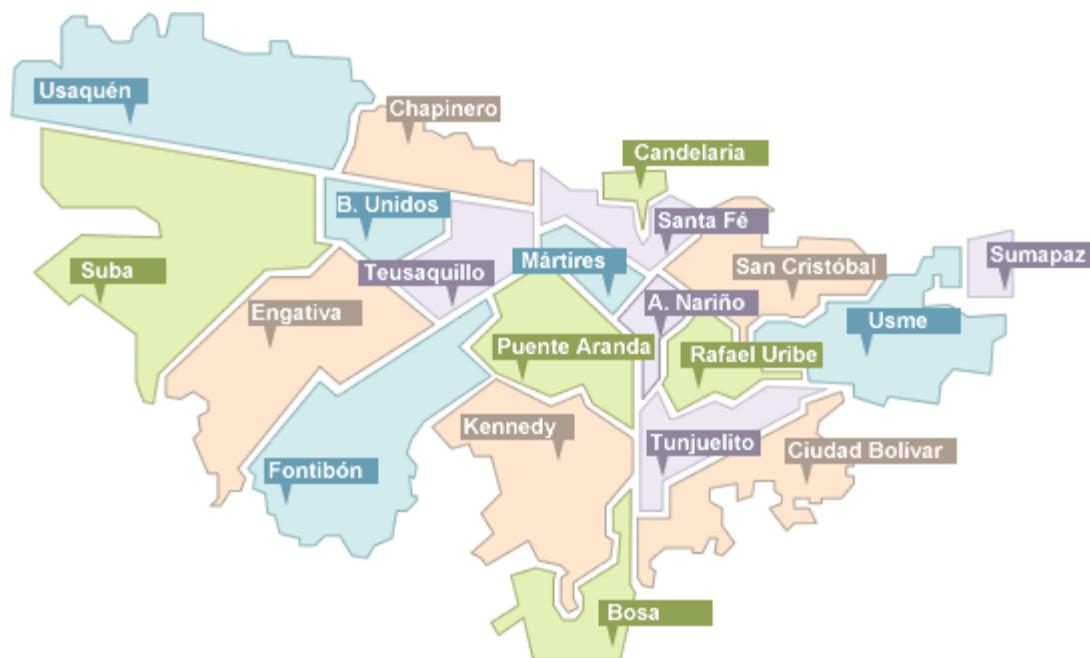


*Imagen 1. Ubicación de Bogotá. Recuperado de: <https://sites.google.com/site/erikapiraquive2013/>*

En 1991, la Constitución Política Nacional perpetuó a la República de Colombia como estado unitario; lo descentraliza y organiza en entidades territoriales con el fin de facilitar su administración; estas se asocian con: departamentos, municipios, distritos (turístico, comercial, cultural, portuario y capital) y entidades territoriales indígenas; esto implica que cada entidad territorial preste los servicios esenciales como vivienda, salud, agua potable y saneamiento básico, educación, cultura, deporte, entre otras.

La ciudad de Bogotá es el Distrito Capital de Colombia. Se encuentra ubicada en el Centro del país, en la cordillera oriental, cuenta con una extensión de treinta y tres kilómetros de sur a norte aproximadamente y de dieciséis kilómetros de oriente a occidente. Su ubicación exacta es en las siguientes coordenadas: Latitud Norte: 4° 35'56" y Longitud Oeste de Greenwich: 74°04'51". Su altura media está en los 2.625 metros sobre el nivel del mar (Alcaldía de Bogotá D.C, 2019).

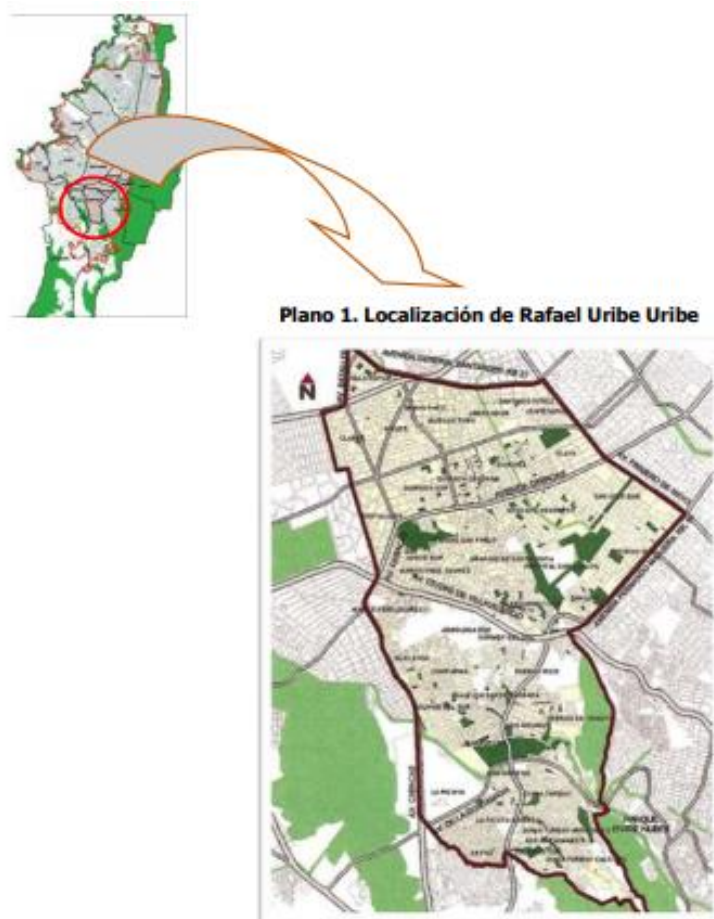
**3.3.2 Localidad Rafael Uribe Uribe.** Bogotá se encuentra dividida en 20 localidades, la Localidad Rafael Uribe Uribe es la localidad número 18, una de las más jóvenes de Bogotá. Se encuentra ubicada al sur oriente de la ciudad, cuenta con aproximadamente 423.000 habitantes (Alcaldía Mayor de Bogotá D.C, 2019).



*Imagen 2* Tomado de la página de Observatorio Ambiental de Bogotá

Esta localidad Limita al Norte con la localidad de Antonio Nariño (Av. Primera de Mayo), al sur con la localidad de Usme (Carrera 10ª y caño de Chiguaza), al oriente con la localidad de San Cristóbal (Carrera 27) y con Tunjuelito por el occidente (Carrera 33). La localidad es un territorio irregular en una extensión de 1.388 hectáreas, de las cuales 138 de ellas están ubicadas en suelo protegido (Junta Administradora Local, 2013).





*Imagen 3.* Localización de la localidad Rafael Uribe Uribe. Tomado de Información básica de la localidad para la participación. Instituto Distrital de la Participación y Acción Comunal. Bogotá, octubre del 2007. Pág. 7.

### **Generalidades de la Localidad Rafael Uribe Uribe**

La localidad tiene parte plana y parte montañosa, urbanizadas en su totalidad. Cuenta con los canales Chiguaza, La Albina y Rioseco, destinados para las aguas pluviales y servidas. Se destacan las Colinas de las Lomas (en su parte norte, posee bosque conectado con el Hospital de San Carlos) y Chircales (aledaño al Parque Natural Entrenubes), que son ramales de los cerros orientales de la ciudad. La localidad, cuenta con iglesias católicas, mormones y protestantes, también con colegios e instituciones técnicas. Para su acceso de transporte, hay servicio de buses colectivos y del sistema TransMilenio. La Localidad tiene actividades relacionados con el comercio minorista como mercados de alimentos (panaderías y fruver), autoservicios, carnicerías, cibercafé, salones de belleza, farmacias, ópticas, ferreterías, papelerías, telecomunicaciones,

servicios públicos, banca, arriendos (residenciales y comerciales), repuestos para automóviles y fotografías (Torres Rodríguez & Prieto Monroy, 2018).

Los barrios de esta localidad están distribuidos en cinco UPZ (Unidades de Planeamiento Zonal): UPZ 36 San José, UPZ 39 Quiroga, UPZ 53 Marco Fidel Suárez, UPZ 54 Marruecos y UPZ 55 Diana Turbay.

A continuación, se presentan las cinco UPZ con sus correspondientes barrios:

- UPZ 36 San José: Country Sur, Gustavo Restrepo, Pijaos, San José Sur, San Luis Sur y Sosiego Sur.
- UPZ 39 Quiroga: Claret, Bravo Páez, Centenario, Mata tigres, Murillo Toro, Olaya, Quiroga, Santa Lucía, Santiago Pérez, El Inglés y Villa Mayor Occidental.
- UPZ 53 Marco Fidel Suárez: Colinas, El Pesebre, Granjas de San Pablo, Granjas de Santa Sofía, Jorge Cavelier La Resurrección, Las Lomas, Luis López de Mesa, Marco Fidel Suárez, Río de Janeiro y San Jorge.
- UPZ 54 Marruecos: Arboleda Sur, Callejón Santa Bárbara, Cerros de Oriente, Chircales, Danubio Sur, El Consuelo, El Rosal, El Socorro, Gavaroba, Guiparma, La Merced del Sur, La Picota Occidental, La Playa, Marruecos, Mirador del Sur, Molinos, Nueva Pensilvania Sur, Pradera Sur, Puerto Rico, Sarasota, Bochica, Villa Gladys y Villa Morales.
- UPZ 55 Diana Turbay: San Agustín, Diana Turbay, El Portal, La Esperanza Alta, La Paz, La Picota Oriental, Palermo Sur (con las subdivisiones Central, El Triángulo, Las Brisas, Oswaldo Gómez, San Marcos y Santa Fonseca).

Y la Institución Educativa Distrital Alfredo Iriarte en la cual se encuentra la muestra a intervenir, está localizada en la UPZ 54 (Marruecos).

Rafael Uribe Uribe cuenta con 26 colegios oficiales, 24 en convenio y 1 en concesión; cuenta además con más de 200 establecimientos privados con oferta en todos los niveles de educación básica. La oferta escolar para 2007 fue de 6.037 cupos en preescolar, 36.275 cupos para primaria, 32.005 cupos para secundaria y 13.057 cupos en media, para un total de 87.374 cupos. Comparativamente, la matrícula se comportó: 5.072 en preescolar, 33.381 en primaria, 29.045 en secundaria y 11.758 en media, para un total de 79.256 matriculados. Es decir, hubo una ocupación de sólo el 90,7% de la oferta local (Secretaría distrital de Cultura recreación y Deportes, 2008, p. 69).

El Colegio Alfredo Iriarte Institución Educativa Distrital, es administrado por la Secretaría de Educación Distrital de Bogotá (SED), cuenta con tres sedes: Sede A “Chircales”, B “El Mirador” y C “La Merced Sur”. En la Sede A llamada “Chircales” ubicada en la Transversal 5 J No. 48F-69 Sur, en el barrio de su mismo nombre se llevó a cabo la presente investigación.

**3.3.3 Colegio Alfredo Iriarte, sede Chircales.** La sede Chircales es la sede A del colegio Alfredo Iriarte, es la sede principal y la única sede que cuenta con los niveles de básica y media. Además, en esta sede se encuentra ubicadas las oficinas administrativas de la institución, como son la Rectoría, pagaduría, contaduría, secretarías académica y general. Cuenta con dos salas de informática y dotada con 160 tablas. El acceso a internet es restringido para uso libre, solo tiene acceso las tablets y computadores institucionales.

Actualmente, tiene tres jornadas: mañana y tarde desde cero a noveno grado, y jornada única para décimo y undécimo grado.

Este trabajo de investigación tiene como población objetivo a los estudiantes de undécimo grado de la jornada única, por lo que se hace necesaria su caracterización.

El grado se compone de ciento treinta y seis estudiantes, distribuidos en cuatro cursos de la siguiente manera:

- 1101 con treinta y tres estudiantes
- 1102 con treinta y cinco estudiantes
- 1103 con treinta y cinco estudiantes
- 1104 con treinta y tres estudiantes

De manera aleatoria se escogen dos grupos que se intervienen (ver capítulo de metodología), llamados grupos experimentales y son:

- El curso 1104 será el grupo experimental 1 y en adelante se llamará  $GE_1$ , a este grupo se aplicará Pretest y Posttest
- El curso 1101 será el grupo experimental 2 que en adelante se llamará  $GE_2$ , a este grupo se aplicará Posttest

Y los dos grupos que servirán para contrastar los resultados y que serán llamados grupos control son los cursos 1102 y 1103.

- El curso 1102 será el grupo control 1 y se llamará en adelante  $GC_1$ , a este grupo se aplicará Pretest y Posttest
- El curso 1103 se llamará en adelante  $GC_2$ , a este grupo se aplicará Posttest

### **3.3.4 Caracterización de los Grupos a Intervenir**

Para caracterizar los grupos a intervenir se aplicó una encuesta en clase de matemáticas a los estudiantes que pertenecen a los grupos  $GE_1$  y  $GE_2$ , vía web a través del enlace: <https://bit.ly/31yeawv> (Anexo 01).

## Resultados de la Encuesta de Caracterización del Grupo GE<sub>1</sub>

Tabla 1. *Edad de los Estudiantes del grupo GE<sub>1</sub>*

Edad	Cantidad de Estudiantes	Porcentajes
15 años	3	9 %
16 años	18	52 %
17 años	7	30 %
18 años	4	6 %
19 años	1	3 %
Total	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

Tabla 2. *Dispositivos móviles (celular, iPad ó Tablet) y Acceso a internet de los estudiantes GE<sub>1</sub>*

Respuestas	Tiene Dispositivo Móvil	Internet	Datos
Cantidad de estudiantes (%)		en el hogar	móviles
SI	27 (82%)	29 (88%)	7 (21%)
NO	6 (18%)	4 (12%)	26 (79%)
TOTAL	33 (100%)	33 (100%)	33 (100%)

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

Tabla 3. *Horas diarias de uso de dispositivo móvil de los estudiantes de GE<sub>1</sub>*

Horas de Uso Celular	Cantidad de Estudiantes	Porcentajes
No utiliza	6	18,2 %
Mas de una hora y hasta tres horas	10	30,3 %
Mas de tres horas y hasta seis horas	12	36,3 %
Más de seis horas	5	15,2 %
Total	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

Tabla 4. *Horas diarias de uso de dispositivo móvil con fines académicos de GE<sub>I</sub>*

Tiempo	Cantidad de Estudiantes	Porcentajes
No utiliza	9	27,3 %
Hasta una hora	10	30,3 %
Mas de una hora y hasta dos horas	11	33,3 %
Mas de dos horas y hasta tres horas	2	6,1 %
Mas de tres horas	1	3 %
Total	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

## Resultados de la Encuesta de Caracterización del Grupo GE<sub>2</sub>

GRUPO GE<sub>2</sub> (Curso: 1101)

Tabla 5. *Edades de los estudiantes del Grupo GE<sub>2</sub>*

	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Estudiantes de 15 años	4	12,12%
Estudiantes de 17 años	13	39,40%
Estudiantes de 18 años	11	33,33%
Estudiantes de 19 años	4	12,12 %
Estudiantes de 20 años	1	3,03 %
Total de Estudiantes	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

Tabla 6. *Dispositivos móviles (celular, iPad ó Tablet) y Acceso a internet de los estudiantes GE2*

Respuestas	Tiene Dispositivo Móvil	Internet	Datos
Cantidad de estudiantes (%)		en el hogar	móviles
SI	28 (84,85%)	32 (96,97%)	8 (24,24 %)
NO	5 (15,15 %)	1 (3,03%)	25 (75,76 %)
TOTAL	33 (100%)	33 (100%)	33 (100%)

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia



*Tabla 7. Horas diarias de uso de dispositivo móvil de los estudiantes de GE<sub>2</sub>*

Tiempo	Cantidad de Estudiantes	Porcentajes
No usa	5	15,15 %
Hasta Una hora	3	9,10%
Mas de una hora, hasta tres horas	12	36,36%
Mas de tres horas, hasta 6 horas	8	24,24 %
Más de 6 horas	5	15,15 %
Total	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

*Tabla 8. Horas diarias de uso de dispositivo móvil con fines académicos de GE<sub>2</sub>*

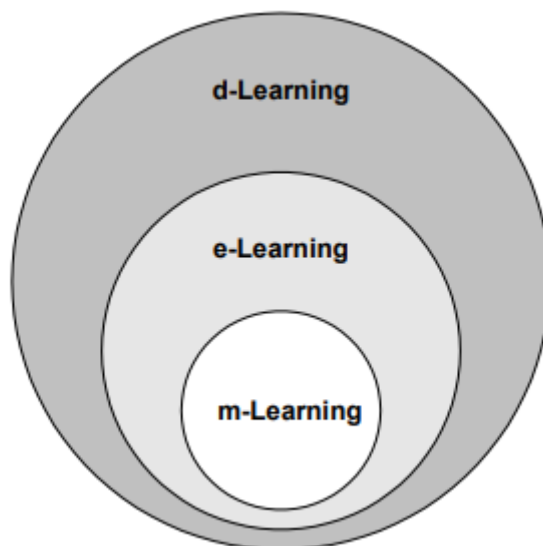
Tiempo	Cantidad de Estudiantes	Porcentaje
No utiliza	8	24,24 %
Hasta una hora	10	30,30 %
Mas de una hora y hasta dos horas	12	36,37 %
Mas de dos horas y hasta tres horas	2	6,06 %
Mas de tres horas	1	3,03 %
Total	33	100%

Fuente: Tomado de la encuesta de caracterización. Elaboración Propia

### 3.4 Marco Teórico y/o Conceptual

**Aprendizaje Móvil.** La educación desde tiempos atrás ha estado interesada en superar las limitaciones de tiempo y lugar, ya fuese por medio de tabletas de arcilla, rollos, libros; pero en los últimos años se han introducido las tecnologías para enfrentar estas limitaciones; es así como alrededor del año 2000 aparecen las aplicaciones verdaderamente portátiles con lo que se libera al proceso de aprendizaje de las barreras de tiempo y lugar (Burston, 2011). Los dispositivos móviles se constituyen como una tecnología emergente y familiar a los estudiantes, a los ciudadanos del siglo XXI (Herro, Kiger, & Owens, 2013; Sánchez Prieto, Olmos Migueláñez, & García Peñalvo, 2018); permiten a los estudiantes desarrollar métodos de aprendizaje innovadores (Lilla Korenova & Veress-Bágyi, 2018) y se utilizan cada vez con mayor frecuencia para aprender en el aula (Sheppard, 2011). Las aplicaciones móviles se han convertido en un recurso cada vez más conocido y utilizado por millones de estudiantes y profesores (Drigas & Pappas, 2015), que constituyen una nueva forma de entrega de software que reduce los costos, ya que permiten millones de descargas simultáneamente (Durall Gazulla, Gros Salvat, Maina, Johnson, & Adams, 2012) y además permiten enriquecer las actividades educativas (Sayed, 2015) .

Ha surgido entonces un nuevo tipo de aprendizaje: el M-Learning (Laouris & Eteokleous, 2005; Sharma & Kitchens, 2004; Soualah – Alila, Nicolle, Mendes , 2013; Traxler, Jhon, 2007); es decir, el aprendizaje móvil que es una parte de e-learning y, por tanto, parte del d-Learning (img. 4).



*Imagen 4.* Georgiev, T; Georgieva, E y Smrikarov, A. (2004) Figure 1. The place of m-Learning as part of e-Learning and d-Learning. Recuperado de <https://bit.ly/2OTPgCv>

Kaloo y Mohan (2012) definen al aprendizaje móvil como la explotación de tecnologías de mano (ubicuas), junto con redes inalámbricas y de telefonía móvil, es decir un tipo de aprendizaje que se lleva a cabo a través de dispositivos portátiles que proporcionan a sus usuarios satisfacer sus necesidades en segundos en términos de acceso a datos cambiantes y comunicación con otros sin apegarse a nada ni a ningún lado (Göksu & Atici, 2013). Por su parte Crompton y Burke (2015) citando a Crompton (2013) definen el aprendizaje móvil como aprendizajes en múltiples contextos a través de las interacciones sociales y de contenido utilizando dispositivos electrónicos personales.

El aprendizaje móvil entonces está soportado por dispositivos móviles de mano inalámbricos así como los teléfonos celulares, computadores portátiles, reproductores de audio personal (Sharples, Taylor, & Vavoula, 2007), y tabletas (Ozdamli & Cavus, 2011); y ha sido visto como un tipo de modelo de aprendizaje que permite a los estudiantes obtener materiales para el proceso en cualquier lugar y en cualquier momento utilizando sus dispositivos de mano inalámbricos (Durall Gazulla et al., 2012).

Por su parte Sharples, Taylor y Vavoula (2007) definen el aprendizaje móvil como una incrustación de terminales de información ‘*walk up and use*’ (caminar y usar) en dispositivos para una sociedad y conocimiento que se encuentra en constante movilización. El aprendizaje móvil también se define como aquel que se lleva a cabo a través de dispositivos portátiles sin apegarse a nada ni a ningún lugar (Göksu & Atici, 2013).

El aprendizaje móvil (m-learning) es un campo de aprendizaje nuevo, que cambia de forma permanente, desafiando las pedagogías tradicionales (Crompton, 2014a); se ha convertido en una nueva tendencia emergente educativa, en un tipo de modelo de aprendizaje que le permite a los estudiantes obtener material de aprendizaje en cualquier lugar y momento utilizando todo tipo de dispositivos de mano inalámbricos proporcionando mayor flexibilidad en la enseñanza y en el aprendizaje (Crompton, 2015; Lan & Sie, 2010; Ozdamli & Cavus, 2011) y se le ha dotado con características de movilidad por su tamaño, ubicuidad y portabilidad; también guardan y comparten información combinada, privada, interactiva, colaborativa e instantánea (Ozdamli & Cavus, 2011). Este tipo de aprendizaje es considerado por algunos autores como una forma extrema de aprendizaje flexible, que permite integrar el internet y los móviles transformando el uso de las TIC Alioon y Delialioğlu (2019), dando una opción a la tecnología móvil para el desarrollo académico (Seppälä & Alamäki, 2003). Además se considera que el aprendizaje móvil ayuda a los estudiantes a aumentar su conciencia tecnológica, unirse a redes, permitir el intercambio de conocimiento y mejorar resultados de aprendizaje (Al-Emran, Elsherif, & Shaalan, 2016).

Georgiev, Georgieva y Smrikarov (2004) consideran que la definición de m-learning debe incluir la capacidad de aprender en cualquier momento y en todas partes sin la necesidad de la conexión a las redes por cables, lo que se logra mediante el uso de dispositivos móviles, con

capacidad de conectarse a otros dispositivos informáticos y de presentar información educativa, además de dar la posibilidad de intercambiar ideas, opiniones y conocimientos entre estudiantes y el profesor.

Las tecnologías móviles son valiosas en los tiempos actuales por su propiedades de ubicuidad, flexibilidad y fácil acceso (Bano, Zowghi, Kearney, Schuck, & Aubusson, 2018). Crompton (2013) afirma que el aprendizaje móvil aporta una serie de atributos al aprendizaje proporcionándole un nuevo enfoque y posibilidades que no estaban presentes hasta ahora en los procesos educativos, ya que permiten a través de los dispositivos electrónicos aprender en múltiples contextos a través de interacciones sociales y de contenidos, brindando una experiencia de aprendizaje diferente a la que ofrecen las tecnologías de aprendizaje electrónico convencional; el aprendizaje móvil evita que los estudiantes se sientan anclados en un solo sitio (computadora de escritorio) y de espaldas al mundo. Además como lo plantea Alioon y Delialioğlu (2019) el aprendizaje móvil tiene efectos positivos sobre el compromiso, la motivación y el aprendizaje colaborativo en los estudiantes. Este tipo de aprendizaje no tiene restricciones de tiempo, es personalizado a través de las aplicaciones, privado, puede tener lugar en entornos sociales y ambientales diversos.

También el m-learning brinda la oportunidad de cambiar las estrategias de aprendizaje ya que permite brindar a los estudiantes un enfoque mas flexible para gestionar sus experiencias de aprendizaje como lo plantea Al-Hunaiyyan, Alhajri, & Al-Sharhan (2018). Además de ser actual y perspectivo, tiene otras ventajas tales como su bajo costo frente a los computadores de escritorio, son más pequeños y ligeros, aseguran un mayor compromiso por parte de los estudiantes y en algunos casos proporciona una educación dependiendo de la ubicación (Georgiev et al., 2004)

El aprendizaje móvil y ubicuo está atrayendo cada vez más interés académico y tiene una ventaja particular “los diseños Híbridos” que consisten en que los estudiantes crean representaciones multimodales fuera del aula y luego discuten sus experiencias con sus compañeros y profesores ayudando a conectar el aprendizaje con entornos formales y de manera personalizada (Pimmer, Mateescu, & Gröhbiel, 2016).

Bidin y Ziden (2013) consideran que algunos factores que influyen en el aprendizaje móvil son:

1. Las características de usabilidad, técnica y funcionalidad.
2. La autorregulación refiriéndose a que el estudiante ejerce control sobre su propio aprendizaje, lo que lo lleva a motivarse ya que tiene el control sobre cómo y cuándo accede a sus dispositivos.
3. La flexibilidad que permite al estudiante estudiar a su propio ritmo y cuando tenga acceso a un equipo y a la red.
4. Aprendizaje Permanente ya que permite romper con las barreras de tiempo y lugar.

### **3.5 Marco Pedagógico**

#### **3.5.1 Marco Pedagógico de la Institución**

En el PEI de la Institución titulado “Educación para la vida y el trabajo”, plantea como parte de los fundamentos pedagógicos de una educación crítico-social desde una perspectiva de aprendizaje significativo, la necesidad de crear, adecuar y diseñar estrategias que permitan erradicar procesos instruccionales y que generen acciones educativas y formativas desde una didáctica activa y lúdica, con el fin de facilitar el aprendizaje, generar expectativas y promover la

motivación y el desarrollo de la capacidad de atención y concentración (Institución Educativa Distrital Alfredo Iriarte, 2018).

La presente intervención se ajusta a este fundamento pedagógico, ya que busca abordar la temática función lineal desde un modelo innovador, lúdico, activo, motivador como lo es el aprendizaje móvil. Además la intervención apunta a la meta institucional que pretende despertar en los estudiantes interés por el conocimiento tecnológico y que le permitan entender el mundo que le rodea (Institución Educativa Distrital Alfredo Iriarte, 2018, p. 19)

### **3.5.2 Definición de función**

De manera intuitiva la función matemática es una ley que establece una relación de dependencia entre cantidades u objetos variables, describiendo la forma como ciertas magnitudes dependen de otras (Azcárate & Deulofeu, 1996).

La función puede considerarse como una correspondencia de un conjunto  $X$  de números reales  $x$  a un conjunto  $Y$  de números reales  $y$ , donde el número  $y$  es único para cada valor específico de  $x$  (Leithold, 1982, p. 2); Apóstol (1961) define una función como “una ley que asocia a cada objeto de  $X$  uno y sólo un objeto en  $Y$ ” (p. 62).

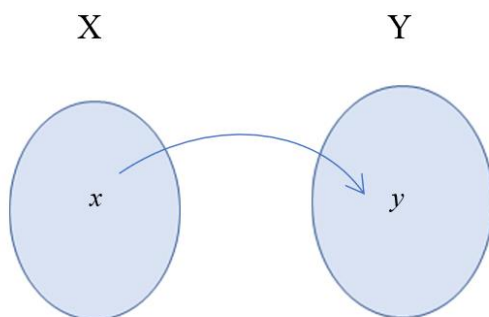


Imagen 5. . Noción de Función. Adaptación de Leithold (1982, p. 2) Elaboración propia.

De otra manera lo expone Apóstol (1961), la función  $f$  se imagina como una máquina que transforma elementos u objetos que pertenecen al conjunto  $X$ , de tal manera que estos son los objetos del conjunto  $Y$ . Así un objeto que es transformado por la máquina ( $f$ ), da como resultado el objeto  $f(x)$ .

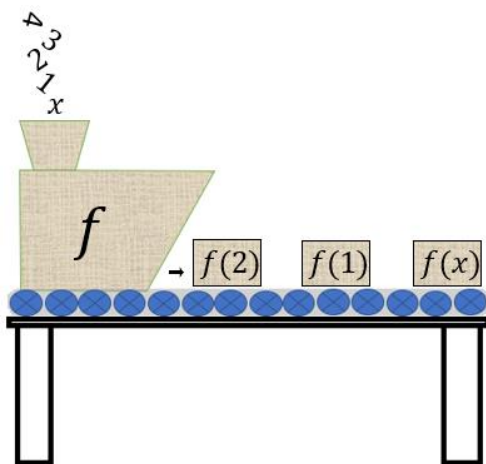


Imagen 6. Adaptación de Representación Esquemática del Concepto de Función. Math2me, 2010.

De este modo se considera que  $y \in Y$ , es una función de  $x \in X$ , si existe una regla mediante la cual se asocia un solo valor de  $y$  a cada valor  $x$ . Para denotar las funciones generalmente se utilizan los símbolos:  $f$ ,  $g$  y  $h$ . Se encuentra así definida la función por Leithold (1998, p. 3-4) la



función como “conjunto de pares ordenados de números (x,y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número.”, y se denomina dominio a todos los valores admisibles de  $x$  y Rango al conjunto de todos los valores resultantes de  $y$ . Entonces tenemos que si  $f$  es la función dada y  $x$  es un objeto de su dominio, la notación  $f(x)$  es usada para denominar el objeto que en el recorrido corresponde a  $x$  por  $f$  y se lee “ $f$  de  $x$ ”. La notación  $f(x)$ , se denomina valor de función y se debe al matemático Leonhard Euler (1707-1783).

### **Representaciones de las funciones**

Aunque diferentes autores han asignado nombres a las representaciones de las funciones; en la presente investigación se toma como referente los nombres planteados por Stewart, Redlin, y Watson (2007), y van en concordancia con lo planteado por Azcarate y Deulofeu (1996); y son:

- Representación verbal o Descripción verbal
- Representación Algebraica, fórmula o ecuación
- Representación numérica o Tabla de Valores
- Representación Visual o Gráfica

### **Evaluación de una Función**

Stewart, Redlin, & Watson (2007) señalan que la variable independiente  $x$  desempeña el papel de “marcador de posición”. Así, por ejemplo, en la función en la función  $f(x) = 2x - 1$  se puede considerar como

$$f(\quad) = 2\quad - 1$$

Para evaluar la función  $f$  en un número, se sustituye el número para el marcador de posición. Es decir, si se quiere evaluar la función en  $f(3)$  tendremos sustituyendo  $x$  por el número:

$$f(3) = 2 \cdot (3) - 1$$

$$f(3) = 5$$

### Tabla de una Función

Consta de 2 filas o columnas, escribiendo en la primera elementos del dominio y en la segunda los elementos del rango. Aparece de manera explícita el dominio y el conjunto de llegada y “la regla viene dada por los pares origen-imagen correspondientes, que se suelen simbolizar respectivamente por  $x$  e  $y$ ” (Azcárate & Deulofeu, 1996, p. 25)

Cuando el dominio tiene muchos o infinitos elementos solo se escogen algunos valores que representen de manera significativa la función, permitiendo así “descubrir regularidades como son diferencias constantes, diferencias que crecen (o decrecen) regularmente, productos o cocientes constantes, etc.” (Azcárate & Deulofeu, 1996, p. 26). Por ejemplo, con el caso de la función “dado un  $x$ , se le asocia el doble de  $x$  que es un  $y$ ”, se puede construir la tabla:

Tabla 9. Representación numérica de "el doble de  $x$ "

<b>X</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Y</b>	2	4	6	8	10	12	14	16	18

Elaboración propia.

### Gráfica de una Función

La representación gráfica más común es la de un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares que consiste en elegir dos rectas perpendiculares, el eje  $x$  de abscisas horizontal y el eje  $y$  de ordenadas vertical, y fijar una dirección positiva sobre cada una de ellas. El punto de intersección de las rectas,  $O$ , se llama origen de coordenadas. A cada punto  $P$  del plano le asignamos dos números  $x$  e  $y$  que son sus coordenadas y que indican la distancia con signo del punto  $P$  a los ejes de ordenadas y de abscisas, respectivamente. Las coordenadas de un punto  $P$  se escriben  $P(x,y)$ . La gráfica de una función está formada por un conjunto de puntos del plano.

Presentar la gráfica de una función es una manera de definir la función, dando una visión geométrica de ella (Azcárate & Deulofeu, 1996, pp. 26–27)

### 3.5.3 Función lineal

Dentro de las funciones Reales, se encuentra la Función Lineal, que se define como la función  $f$  para todo real  $x$  mediante la fórmula  $f(x) = mx + b$ . Donde  $m$  es la pendiente de la recta (inclinación) y el número  $b$  es la ordenada en el origen, el punto  $(0,b)$  es donde la recta interseca con el eje  $y$ . Por ejemplo, en la función lineal  $f(x) = 2x - 1$ ; 2 es la pendiente de la función y  $-1$  es el punto de corte con el eje  $y$ .

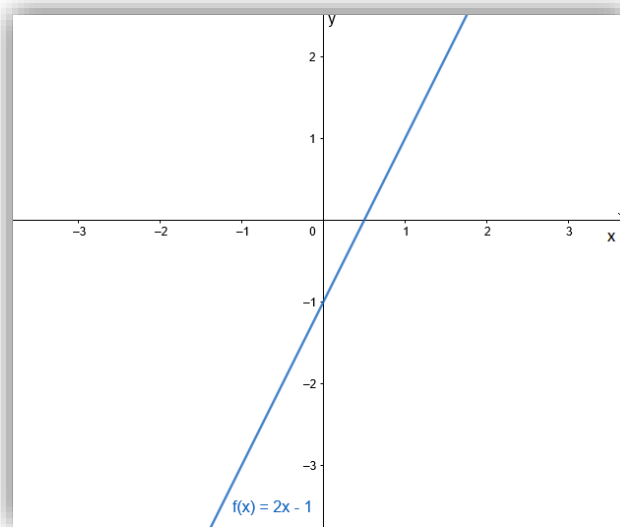


Imagen 7. Representación gráfica de  $f(x)=2x-1$ . Elaboración Propia

### 3.5.4 Enseñanza de la función Lineal

El concepto de función es esencial en el desarrollo del álgebra, la trigonometría y el Cálculo. Como temática en el área de matemáticas permite que “la intervención educativa sea completa y significativa” (Ministerio Nacional de Educación, 1998, p. 37), ya que aborda las tres dimensiones planteadas en los lineamientos curriculares de matemáticas; es decir, aborda la dimensión de conocimientos básicos ya que es un núcleo en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos, la dimensión de procesos fundamentales porque modela situaciones y la dimensión del contexto porque da solución a planteamientos de problemas “de las mismas matemáticas, de la vida diaria y de las otras áreas” (Ministerio Nacional de Educación, 1998, p. 37).

Aunque el concepto de función en términos matemáticos es sencillo como afirma Tall (2002), es un concepto fundamental y su importancia está en que muchos problemas pueden ser modelados a través de este modo (Costa & Río, 2019), lleva una rica complejidad de ideas

matemáticas y además que se involucra en la enseñanza del álgebra, de la trigonometría y posteriormente del cálculo; su enseñanza plantea todo un reto, ya que la concepción de la función no es un logro trivial en los estudiantes por las dificultades que tienen para vincular las diferentes representaciones: verbal, algebraica, numérica y visual (Azcárate & Deulofeu, 1996; Sierpiska, 1992; Stewart et al., 2007; Thompson, 1994). Y como plante Abdullah (2010) los estudiantes presentan conflictos con los símbolos de la función ( $f(x)$ ), la conexión con su gráfico y la definición teórica formal. Respecto al uso de la representación gráfica o la visualización, Figueiras y Deulofeu (2005) citando a Arcavi (2003), describe tres roles fundamentales para el estudiante de matemáticas, como son:

- 1) Actuar como soporte e ilustración de resultados simbólicos.
- 2) Resolver el conflicto entre soluciones correctas simbólicas e intuiciones incorrectas.
- 3) Reorganizar ciertas características de los conceptos, muchas de las cuales pueden ser obviadas por las soluciones formales. (p. 218)

Hitt considera que promover una interacción entre las diferentes representaciones en la enseñanza del cálculo permite una profunda comprensión de los conceptos; además, resalta el valor de las tareas de conversión para promover un mejor entendimiento de las funciones y mejorar procesos de visualización. También promueve hacer uso de las nuevas tecnologías para visualizar las diferentes representaciones de conceptos y nociones matemáticas y así dar un mayor significado concreto a los conceptos (Hitt, 2003).

Hitt (2016) afirma que un acercamiento de manera clásica a las funciones demandaba el uso de la representación gráfica, sin embargo, plantea que en la actualidad se debe hacer uso de paquetes de cómputo que permitan promover actividades de modelación y de esta manera hacer

simulaciones, mencionando así el paquete GeoGebra como una alternativa para los procesos en la enseñanza matemática.

### **3.5.5 Unidad didáctica**

Teniendo en cuenta que la presente investigación involucra un proceso de enseñanza-aprendizaje, los investigadores deben \*reflexionar acerca de diferentes aspectos como el contenido, las actividades, las estrategias, los recursos, los instrumentos, la organización y la evaluación. Frente a estos aspectos Gómez (2005), plantea a la unidad didáctica como instrumento para planear el cómo y el qué se va a enseñar, teniendo en cuenta la realidad particular de los estudiantes, además de permitir anticipar y concretar las ideas e intenciones educativas.

Es así como en la presente investigación se entenderá la unidad didáctica como es definida por García (2009):

Un conjunto integrado, organizado y secuencial de los elementos básicos que conforman el proceso de enseñanza-aprendizaje (motivación, relaciones con otros conocimientos, objetivos, contenidos, método y estrategias, actividades y evaluación) con sentido propio, unitario y completo que permite a los estudiantes, tras su estudio, apreciar el resultado de su trabajo (pág. 1)

## **3.6 Marco Tecnológico**

### **3.6.1 GeoGebra.**

Este software libre se ha convertido en una herramienta digital que ha ganado popularidad en todo el mundo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que combina características de software de geometría dinámica, algebra computacional y programas de cálculo (Bayés, Del Río, & Costa, 2018; Bhatti, Hasan, Farsi, & Kazmi, 2017; J. Hall & Chamblee, 2013;

Phan-Yamada & Man, 2018). Se originó como un proyecto de tesis de maestría de Markus Hohenwarter (Universidad de Salzburgo) en el 2002. Su objetivo inicial era combinar características de software de geometría interactiva (por ejemplo, Geometría Cabri, Geometer's Sketchpad) con sistemas de álgebra computacional (por ejemplo, Derive, Maple) en un sistema que fuese único, integrado y fácil de usar, tanto para enseñar como para aprender matemáticas (Hohenwarter & Preiner, 2007; Sangwin, 2007). Como tecnología digital en el aula, pretende favorecer en los estudiantes la comprensión de conceptos matemáticos a partir de la visualización de gráficas en un entorno dinámico que permite la experimentación con las gráficas (Carrilloz, 2012; Dockendorff & Solar, 2018; Gono, 2016; Hohenwarter, 2014; Sengamalaselvi, Venugopal, Vol, & 2017, 2017).

GeoGebra es software de código abierto para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un entorno conectado y fácil de usar (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis, & Lavicza, 2008; Hohenwarter & Preiner, 2007); es de libre disposición y proporciona una herramienta versátil que permite visualizar conceptos (Bulut & Bulut, 2011), ideas matemáticas en los diferentes grados de la educación (desde nivel 0 a niveles universitarios); este software permite establecer y mejorar vínculos entre la geometría y el álgebra, ya que permite hacer una conexión entre la manipulación simbólica y la visualización propia de los sistemas de álgebra computacional (CAS) con la variabilidad dinámica de los softwares de geometría dinámica (DGS); proporcionando en un único software las bondades de los CAS y DGS, ya que permite moverse entre la ventana algebraica y la ventana de geometría (Hohenwarter & Jones, 2007).

GeoGebra es definido por la International GeoGebra Institute (2018) de la siguiente manera:

GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. GeoGebra, con su libre agilidad de uso, congrega a una comunidad vital y en crecimiento. En todo el mundo, millones de entusiastas lo adoptan y comparten diseños y aplicaciones de GeoGebra. Dinamiza el estudio. Armonizando lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología (STEM: Science Technology Engineering & Mathematics). La comunidad que congrega lo extiende como recurso mundial, ¡potente e innovador para la cuestión clave y clásica de la enseñanza y el aprendizaje! (International GeoGebra Institute, 2018b)

Inicialmente el software fue creado para uso en computadoras de escritorio y portátiles; sin embargo, frente a la limitación de acceso de los applets de GeoGebra para los dispositivos móviles, se generó el proyecto GeoGebraMobile en el 2009, y entró en funcionamiento en el 2011 para superar esta limitación y permitir el uso de materiales interactivos en teléfonos móviles y tabletas como iPhone / iPod / iPad de Apple, los dispositivos Android de Google y otros. Al ser compatible con la aplicación de escritorio permite a los usuarios (estudiantes y profesores) “utilizar el gran conjunto de materiales matemáticos dinámicos de GeoGebra en prácticamente todos los dispositivos con un navegador web” (Ancsin, Hohenwarter, & Kovacs, 2011, p. 8)

Es así como GeoGebra en la actualidad permite descargar de manera libre para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux las siguientes aplicaciones:

- Graficadora 3D
- Geometría
- GeoGebra Clásico 5



- GeoGebra Clásico 6
- Realidad Aumentada
- Calculadora Gráfica

La intervención pedagógica será mediada por la AM GeoGebra, por las bondades, características ya mencionadas, además, esta aplicación promueve el aprendizaje móvil en la medida que se puede llevar a cualquier lugar, en cualquier momento y no necesariamente debe tener conectividad. La tecnología móvil se ha hecho popular en todo el mundo y cuenta con una amplia gama de usuarios de todos los niveles educativos; además refleja portabilidad, interactividad, sensibilidad al contexto, conectividad e individualidad (Domingo & Garganté, 2016). Además como lo afirman Casablancas, S., Caldeiro, G. P. y Odetti, V., los dispositivos móviles están presentes en casi todas las modalidades comunicativas de los jóvenes de hoy y se han convertido en un refugio digital para la identidad juvenil; además permite comunicarse o buscar información en todos los lugares por donde circulan incluida la escuela (Casablancas, Caldeiro, & Odetti, 2016).

GeoGebra superó las expectativas de ser solo una programa que integra álgebra y geometría, y se constituyó en un instituto Internacional para proporcionar formación y apoyo a los profesores para coordinar la investigación en relación con GeoGebra (Hohenwarter & Lavicza, 2007). GeoGebra ha mostrado resultados positivos en diferentes niveles y grados incluso en estudiantes con baja capacidad de comprensión de las matemáticas (Rohaeti & Bernard, 2018).

### 3.7 Marco Legal

Es de gran importancia tener un sustento legal que soporte la presente investigación, por lo cual se presenta los siguientes fundamentos legales:

**Declaración Universal de los Derechos Humanos- 10 de diciembre de 1948.** La educación es un derecho universal según el artículo 26, numerales 1 y 2 de la declaración Universal de los Derechos Humanos (ONU, 1948).

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.

2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos, y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz (p. 8).

**Constitución Política de Colombia 1991.** Siendo la máxima ley del País, contempla el derecho a la educación en los artículos 44 y 67:

ARTICULO 44. Son derechos fundamentales de los niños: la vida, la integridad física, la salud y la seguridad social, la alimentación equilibrada, su nombre y nacionalidad, tener una familia y no ser separados de ella, el cuidado y amor, la educación y la cultura, la recreación y la libre expresión de su opinión. Serán protegidos contra toda forma de abandono, violencia física o moral, secuestro, venta, abuso sexual, explotación laboral o económica y trabajos riesgosos. Gozarán también de los demás derechos consagrados en la Constitución, en las leyes y en los tratados internacionales ratificados por Colombia.

La familia, la sociedad y el Estado tienen la obligación de asistir y proteger al niño para garantizar su desarrollo armónico e integral y el ejercicio pleno de sus derechos. Cualquier persona puede exigir de la autoridad competente su cumplimiento y la sanción de los infractores.

Los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás.

ARTICULO 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica.

La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley. Constitución política de Colombia [Const.] (1991) Artículos 44 y 67 [Título II].

Además, la Carta Magna consagra en el Artículo 27 el derecho a libertad de enseñanza, aprendizaje, investigación y catedra.

**Ley General de Educación (Colombia) - Ley 115 de 1994.** Como fines de la educación en el artículo 5, afirma:

La adquisición y generación de conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estético, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

Además, en este mismo artículo se promueve la tecnología:

La promoción de la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

Por otra parte, en el artículo 33 de esta Ley uno de los objetivos específicos de la educación media técnica es la capacitación básica inicial para el trabajo.

También en esta ley se contemplan los objetivos para cada uno de los ciclos de enseñanza y las áreas obligatorias en cada uno de los grados. El área de matemáticas se considera obligatoria en todos los grados y hace parte del 80% del plan de estudios, como lo señala el artículo 23, numeral 8

Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:

1. Ciencias Naturales y ED, Ambiental.
2. Ciencias Sociales, historia, geografía, constitución, política y democracia.
3. Educación Artística.
4. Educación Ética y Valores Humanos.
5. Educación Física Recreación y deportes.
6. Educación Religiosa.
7. Humanidades, Lengua castellana e idiomas extranjeros.
8. Matemáticas.
9. Tecnología e Informática

**Decreto 1860 del 1994.** En el decreto 1860 del 5 de agosto de 1994 se reglamenta parcialmente la Ley 115, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. El artículo 34 menciona que se debe incluir el área de matemáticas definida como área obligatoria.

**Lineamientos Curriculares Matemáticas (Ministerio Nacional de Educación, 1998).** Enuncia que “las nuevas tecnologías contemplan el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tiene, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar”(p.34), afirmando que el uso de herramientas tecnológicas sirven de apoyo potente para el estudio de funciones ya que permiten visualizar de forma rápida cambios que se introduzcan en las variables, además resalta que el uso de los computadores ha hecho más accesible e importante para los estudiantes diferentes temas.

Respecto a nuestro tema específico de funciones, los lineamientos proponen que “el significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica”(p. 73), declara sobre la importancia de sensibilizar a los estudiantes “ante los patrones que se encuentran a diario en diferentes situaciones, describirlos y a elaborar modelos matemáticos de esos patrones y a establecer relaciones” (p. 102).

**Plan Nacional de Tecnologías de la Información y Las Comunicaciones 2008-2019 (PNTIC)- Ministerio de Tecnologías de la Información y Las Comunicaciones (MinTIC).** MinTIC fomenta por medio de políticas públicas un mayor uso, acceso y apropiación de las TIC. En este plan se plantea como objetivo: “Que todos los colombianos se informen y comuniquen haciendo uso eficiente y productivo de las TIC, para mejorar la inclusión social y aumentar la competitividad” (p. 3); además plantea la importancia de la incorporación de las nuevas

tecnologías en los procesos pedagógicos como eje estratégico para mejorar la calidad de la educación y asegurar el desarrollo de las competencias básicas, profesionales y laborales.

MinTIC para el desarrollo del plan plantea cuatro ejes transversales:

- Comunidad
- Marco regulatorio
- Investigación, desarrollo e innovación
- Gobierno en línea,

estos “cubren aspectos y programas que tienen impacto sobre los distintos sectores y grupos de la sociedad” (p. 3)

Y cuatro ejes Verticales, que “se refieren a programas que harán que se logre una mayor apropiación y uso de las TIC en sectores prioritarios para este plan” (p.3):

- Salud
- Justicia
- Competitividad Empresarial
- Educación

En este último eje se plantea la importancia de crear ambientes favorables para los escenarios digitales, haciendo énfasis en la Promoción y eliminación de barreras que permitan aprovechar el uso de las TIC en la educación, y la fomentación de la investigación aplicada de nuevos métodos y tecnologías “que permita mejorar las acciones que realiza el país en la aplicación de TIC en la educación” (p. 66).

**La ley 1341 de 2009.** En la cual se definen los principios y conceptos sobre la sociedad de la información y la organización de las TIC. En sus artículos 2 y 3 enuncian:

Artículo 2. La investigación, el fomento, la promoción y el desarrollo de la Tecnologías de la Información y las comunicaciones son una política de Estado que involucra a todos los sectores y niveles de la administración pública y de la sociedad, para contribuir al desarrollo educativo, cultural, económico, social y político e incrementar la productividad, la competitividad, el respeto a los Derechos Humanos inherentes a la inclusión social.

Artículo 3. Sociedad de la Información y del Conocimiento. El Estado reconoce que el acceso y uso de la Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, el despliegue y uso eficiente de la Infraestructura, el desarrollo de contenidos y aplicaciones, la protección a los usuarios, la formación de talento humano en éstas tecnologías y su carácter transversal, son pilares para la consolidación de las sociedades de la información y del conocimiento”.

**Plan Decenal de Educación 2016-2026.** Elaborado en cumplimiento del artículo 72 de la Ley 115 de 1994. Éste plantea diez desafíos estratégicos para una Renovación Pedagógica, y la presente investigación se apoya en el quinto y sexto desafío, que tienen como objetivo “impulsar una educación que transforme el paradigma que ha dominado la educación hasta el momento”(p.49) e “impulsar el uso pertinente, pedagógico y generalizado de las nuevas y diversas tecnologías para apoyar la enseñanza, la construcción de conocimiento, el aprendizaje, la investigación y la innovación, fortaleciendo el desarrollo para la vida” (p. 52).

Además en el lineamiento estratégico del sexto desafío, se plantea la importancia de la formación de los maestros en el uso pedagógico de las diversas tecnologías para un aprovechamiento continuo, permitiendo que las TIC y diversas tecnologías sirvan “como instrumentos hábiles en el proceso de enseñanza-aprendizaje y no como finalidades” (Ministerio Nacional de Educación, 2016, p. 53)

**Derechos Básicos de Aprendizaje (Segunda Versión) 2016-** El Ministerio de Educación Nacional (MEN) plantea los derechos básicos de Aprendizaje como “un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once” (MEN, 2016, p. 5). Los DBA explicitan los aprendizajes para cada uno de los grados y se entienden como un conjunto de “conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico de quien aprende” (MEN, 2016, p. 5). Este documento se encuentra organizado por grados, para cada uno de ellos enuncia los Derechos Básicos de Aprendizaje y sus respectivas evidencias de aprendizaje.

La presente investigación se encuentra fundamentada en:

- Séptimo DBA: “Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares” (MEN, 2016, p. 86).

Evidencias de Aprendizaje:

- “Plantea modelos funcionales en los que identifica variables y rangos de variación de las variables
  - Relaciona características algebraicas de las funciones y sus gráficas” (MEN, 2016, p. 86).
- 
- Noveno DBA: “Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas” (MEN, 2016, p. 86).

Evidencias de Aprendizaje:



- En situaciones matemáticas plantea preguntas que indagan por las correlaciones o la asociación entre variables” (MEN, 2016, p. 86).

**Estándares Básicos de Competencias (2006).** El Ministerio de Educación Nacional, plantea los estándares como un parámetro o criterios de lo que “deben saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo” (MEN, 2006, p. 9). Respecto a undécimo grado, a la presente investigación atañe el estándar planteado en el Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y enuncia: “Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas...” (MEN, 2006, p. 89)

También en este documento se plantean algunos procesos generales que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente como son:

- “Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas”(MEN, 2006, p. 51)
- “Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos” (MEN, 2006, p. 51)
- “Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz...” (MEN, 2006, p. 51)

**Plan de estudios 2019 área de matemáticas jornadas mañana y tarde del Colegio Alfredo Iriarte IED.** El trabajo de la presente investigación está en concordancia con el plan de

asignatura del área de matemáticas del Colegio Alfredo Iriarte IED. Ya que en la justificación que se presenta en el plan, plantea la importancia de la operatividad, el cálculo mental, la comprensión de conceptos, procesos y formulación de problemas a través de herramientas tecnológicas. Además, en los objetivos específicos generales del área de la institución y que son transversales a todos los grados, se hace énfasis en el uso eficiente de recursos didácticos y/o tecnológicos al desarrollar en los estudiantes el reconocimiento de la presencia de las matemáticas en las diferentes situaciones de la vida cotidiana (Colegio Alfredo Iriarte, 2019).

De manera explícita en la planeación de primer Periodo de undécimo Grado (Anexo 2), se encuentra:

- En los Aprendizajes se encuentra la temática de funciones
- En proceso Cognitivos se encuentra: reconocer las principales características de algunas funciones; hallar el dominio y codominio de una función.
- En metodología: Trabajo de funciones en el computador
- Y en los logros procedimentales: Plantea y grafica funciones teniendo en cuenta sus características y soluciona problemas relacionados con la vida cotidiana.

#### **4. Metodología de la investigación**

Como afirma Johnson (2004) el enfoque cualitativo y el cuantitativo son importantes y útiles para desarrollar una investigación, es por ello que en la presente utilizaremos el método mixto como un complemento natural de la investigación cualitativa y la cuantitativa. Pérez afirmó que “La utilización de los diseños de método mixto se constituyen, día a día, en una excelente alternativa para abordar temáticas de investigación en el campo educativo” (2011, p. 1). Por medio del enfoque mixto se pretende recolectar, analizar y vincular datos de tipo cualitativo y cuantitativo, para tener una perspectiva más amplia y profunda del tema de estudio, representando el fenómeno estudiado mediante el uso de números haciendo uso de variables, gráficas, fórmulas y modelos analíticos; pero también permitiendo que a través del lenguaje por medio de textos y narrativas, elementos visuales se puede tener un acercamiento a la temática tratada (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014)

Como Hernández Sampieri (2014) lo explica: “La meta de la investigación mixta no es reemplazar a la investigación cuantitativa ni a la investigación cualitativa, sino utilizar las fortalezas de ambos tipos de indagación, combinándolas y tratando de minimizar sus debilidades potenciales” (p. 532). Igualmente lo afirma Johnson (2004), el objetivo de la investigación mixta no es reemplazar la investigación cuantitativa y la cualitativa, ya que ambas son importantes y útiles; sino que se pretende aprovechar las fortalezas y minimizar las debilidades y cubrir con este método de investigación la gran cantidad de puntos en el área media. La metodología mixta utilizando el enfoque cualitativo permite explicar y comprender cuestiones y restricciones que no permite la metodología cuantitativa (Noguero, 2009).

Por lo tanto, en la presente investigación se describirán las experiencias (de manera cualitativa) y los efectos (de manera cuantitativa) de usar la AM GeoGebra en la clase de matemáticas para favorecer el aprendizaje de la función lineal con los estudiantes de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte IED.

#### **4.1 Diseño metodológico**

Tradicionalmente los diseños de investigación estándar emplean un grupo experimental y un grupo control, sin embargo Solomon (1949) afirma que se ha demostrado que la prueba previa (pretest) ha viciado parte de la efectividad del método de enseñanza, por que plantea la utilización de cuatro grupos para que la información obtenida sea de mayor valor.

Por lo cual, la presente investigación plantea la metodología teniendo en cuenta cuatro grupos de estudiantes de grado undécimo del Colegio Alfredo Iriarte Jornada Única. De estos grupos de manera aleatoria se seleccionan dos que serán los grupos experimentales 1 y 2 ( $GE_1$  y  $GE_2$ ) y dos grupos control ( $GC_1$  y  $GC_2$ ). Inicialmente a  $GE_1$  y  $GC_1$  se les aplicará un pretest, luego vendrá la intervención pedagógica a los grupos experimentales  $GE_1$  y  $GE_2$  y finalmente se aplicará un posttest a los cuatro grupos para revisar los efectos que tuvo la intervención.

Tabla 10. *Diseño de dos grupos experimentales y dos grupos control*

	Grupo Experimental I (GE <sub>1</sub> )	Grupo Experimental II (GE <sub>2</sub> )	Grupo Control I (GC <sub>1</sub> )	Grupo Control II (GC <sub>2</sub> )
Pretest	Si	No	Si	No
Intervención	Si	Si	No	No
Posttest	Si	Si	Si	Si

Adaptación de los autores (2019), del Modelo planteado por Solomon, R (1949, p 141)

El diseño de cuatro grupos tiene mayor potencial para revelar y ponderar de manera más efectiva los resultados de la intervención y así evitar viciar la efectividad de esta con el Pretest (Solomon, 1949).

#### 4.1.1 Tipo de investigación

El alcance de esta investigación será de tipo descriptivo, ya que se busca describir, especificar y caracterizar las experiencias y los efectos del uso de la AM GeoGeobra en el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes de Undécimo Grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte. Como lo explica Hernández Sampieri (2014) “la meta del investigador consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y sucesos” (p. 92); detallando cómo son y cómo se manifiestan, pretende recoger información sobre los conceptos o variables, sin indicar como se relacionan. Además, este tipo de estudio es útil para mostrar las diferentes dimensiones de un suceso, fenómeno o situación (Hernández Sampieri et al., 2014).

Para el desarrollo de esta investigación se utilizan elementos del modelo mixto. Por una parte, desde una perspectiva cualitativa se centra en describir los procesos, actitudes y situaciones que presenten los estudiantes en la intervención respecto al aprendizaje móvil, y por otra parte se aplicarán pretest y postest (pruebas estandarizadas sobre el tema) que dé cuenta sobre los efectos que tiene el uso de la AM GeoGebra en el aprendizaje que los estudiantes han tenido frente a la temática de la función lineal (características, representaciones, gráficas, generalidades), estos test se aplicarán según tabla No 9.

#### **4.1.2 Línea y grupo de investigación**

El presente trabajo se encuentra dentro de la línea de investigación: “Evaluación, Aprendizaje y Docencia”, específicamente se direcciona al eje fundamental de aprendizaje, ya que tiene como objetivo principal describir las experiencias de aprendizaje de la función lineal y los efectos que tiene el aprendizaje móvil con la AM GeoGebra en los estudiantes de Undécimo Grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte.

Teniendo en cuenta que el objetivo de la presente investigación pretende la reflexión y análisis respecto al aprendizaje móvil, realizando una construcción en torno al currículo del área de matemáticas en la temática de la función lineal, además de vincular las tecnologías en los procesos pedagógicos como eje estratégico en pro de mejorar tanto la calidad como las competencias básicas, profesionales y laborales (Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, 2008), se considera que se apoya en el objetivo planteado por la línea de investigación que se enuncia como: “Fortalecer la reflexión, el debate, la construcción, deconstrucción y difusión del conocimiento en torno a problemáticas de la evaluación, currículo y

docencia, vinculando el ejercicio investigativo a redes de conocimiento en ámbitos institucionales...”(Fundación Universitaria Los Libertadores, 2019).

#### **4.1.3 Hipótesis y variables**

Hipótesis General: El uso de la AM GeoGebra influye de manera positiva en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de Undécimo Grado del Colegio Alfredo Iriarte Jornada Única.

#### **4.1.4 Población y muestra**

##### **Población**

La Institución Educativa Distrital Alfredo Iriarte, se encuentra ubicada al Sur de Bogotá en la Localidad 18 Rafael Uribe Uribe y pertenece a la UPZ 54 Marruecos (Alcaldía de Bogotá D.C, 2004). El Colegio Alfredo Iriarte actualmente cuenta con tres sedes y aproximadamente una población de 2800 estudiantes, recibe una población de estratos 1, 2 y 3 de esta localidad y localidades aledañas. Cuenta con tres jornadas: mañana, tarde y única; presta servicio educativo de grado cero a undécimo.

##### **Muestra**

La muestra inicial del presente estudio son los cuatro grupos de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte, sede A “Chircales”, jornada única, con un total de 136 estudiantes, el promedio de sus edades es de Diecisiete años, pertenecientes a los estratos 1, 2 y 3.

De manera aleatoria se seleccionan dos grupos que serán intervenidos, con estos grupos se implementará una Unidad Didáctica para el aprendizaje de la función lineal haciendo uso de la AM GeoGebra.

Los dos grupos que se intervienen, llamados grupos experimentales, son:

- Curso 1104 que es el Grupo Experimental 1, denominado  $GE_1$ , con 33 estudiantes.
- Curso 1101 que es el Grupo Experimental 2, denominado  $GE_2$ , con 33 estudiantes.

Los cursos 1102 y 1103 serán llamados Grupos Control y son conformados por 35 y 35 estudiantes respectivamente.

#### **4.1.5 Fases de la investigación**

Fase 1. La presente investigación se inicia haciendo una identificación y descripción del problema, teniendo en cuenta dos aspectos: importancia y novedad.

- Respecto a la importancia, se identifica que la enseñanza de las funciones que de manera común se introduce desde grado noveno con la forma estandarizada y la generalización de la recta  $y = mx + c$ , y  $ax + by = c$ ; con sus respectivas representaciones gráficas, ecuaciones y solución de problemas; han sido objeto de muchos estudios en la educación matemática en las últimas décadas (Sierpinska, 1992), pero como lo menciona Abdullah (2010) al final de la temática los estudiantes aún presentan dificultades en tres aspectos: símbolos, conexión con el gráfico y definición teórica. Además, cuando se presentan situaciones que deben ser generalizadas por una función los estudiantes siguen preguntándose ¿para qué hacen eso? (Bardini et al., 2004)
- Respecto a la novedad: Hoy en día, en las prácticas educativas se encuentran diferentes tipos de limitantes, algunas de ellas son por el mobiliario, el hacinamiento, falta de recursos, falta de acompañamiento familiar; pero además aparecen los dispositivos móviles (celulares, tablets ó iPad), no como recurso sino como una distracción, lo cual se ha convertido en un problema tanto para el docente como para la institución; es por ello la



importancia de iniciar a involucrar este tipo de tecnología en la práctica educativa; es decir, dar paso a una nueva teoría de aprendizaje como lo es el aprendizaje móvil (Crompton, 2013).

Fase 2. Se realiza la revisión del estado del arte del tema de investigación. En su mayoría haciendo uso de artículos de revistas indexadas Q1 y Q2 (ver bibliografía); además se hace un rastreo bibliográfico de los antecedentes tanto nacional como local. Con esto se hace la construcción del marco teórico y legal.

Fase 3. Planteamiento del Diseño metodológico e Intervención. Esta fase tiene varias etapas:

- Se escoge la metodología mixta desde un enfoque descriptivo, puesto que como lo menciona Johnson (2004) el enfoque mixto es un complemento natural de la investigación cualitativa y la cuantitativa, y son útiles para desarrollar una investigación. Y este tipo de metodología permite recolectar, analizar y vincular datos de tipo cualitativo y cuantitativo, y así tener perspectiva más amplia y profunda del aprendizaje móvil. Esto en concordancia a lo planteado por Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2014) cuando afirman que el método mixto permite representar el fenómeno estudiado mediante el uso de números haciendo uso de variables, gráficas, fórmulas y modelos analíticos; pero también a través del lenguaje se puede tener un acercamiento a la temática tratada.

Como se mencionaba anteriormente el diseño de investigación planteado es de grupo experimental y grupo control, modificando a dos grupos experimentales y dos grupos control, teniendo en cuenta lo planteado por Solomon (1949) cuando afirma que se ha

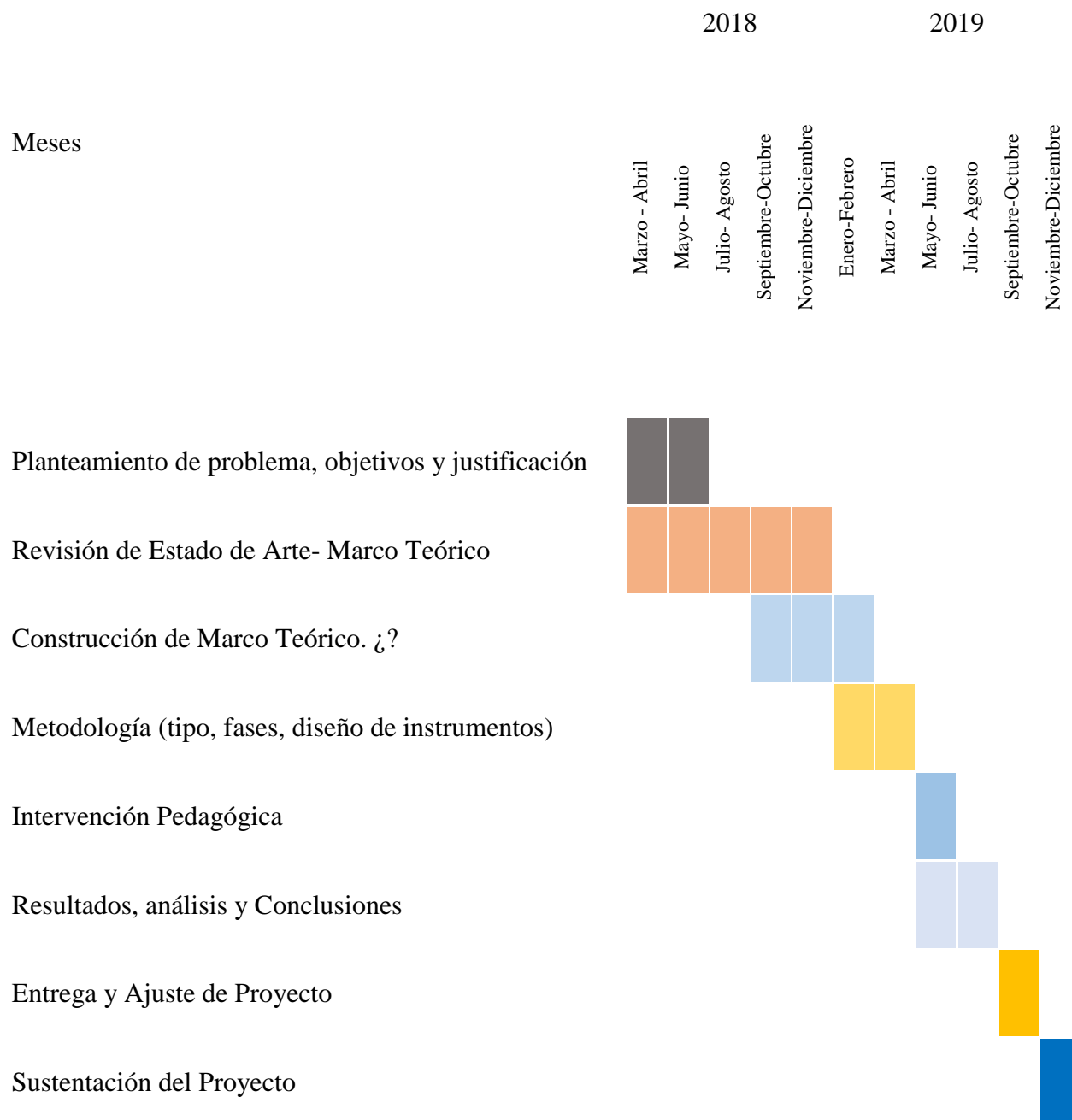
demostrado que la prueba previa (pretest) ha viciado parte de la efectividad del método de enseñanza.

- Encuesta de Caracterización, con el fin de tener generalidades de la población y escoger la muestra (Ver en instrumentos 3.2.2)
- Se aplica el pretest respecto a la temática abordada (función lineal) en dos grupos: uno experimental ( $GE_1$ ) y un control ( $GC_1$ ); ver tabla No 10.
- Se realiza la unidad didáctica planteada, con los grupos experimentales ( $GE_1$  y  $GE_2$ )
- Se aplica el postest a los 4 grupos: 2 experimentales y 2 control

Fase 4. Finalizada la intervención y después de aplicar los Postest, se analizan los resultados y se obtienen conclusiones.

## Cronograma

Tabla 11. *Cronograma desarrollo de las fases de investigación.*



Fuente: Elaboración Propia

## **4.2 Recopilación de información**

### **4.2.1 Técnicas de recopilación**

En esta investigación se tendrán como técnicas de recolección de datos:

- Cuestionario:

a) Cuestionario para la caracterización de los grupos a intervenir

b) Cuestionario al finalizar la intervención de percepción del aprendizaje móvil y la aplicación utilizada

- Test estandarizado de la temática: Función lineal

a) Pretest a uno de los grupos Experimentales  $GE_1$  y a un grupo control  $GC_1$

b) Postest a los cuatro grupos: dos experimentales y dos controles.

### **4.2.2 Instrumentos**

Los instrumentos permiten dar cuenta de los procesos llevados a cabo en la presente investigación, en las diferentes etapas de la intervención. Se presentan a continuación dichos instrumentos, iniciando con los instrumentos diagnóstico, seguimiento y finalmente se presenta los instrumentos de evaluación.

#### ***4.2.2.1 Instrumentos de Diagnóstico.***

##### **a) Encuesta de Caracterización**

Esta encuesta se aplicará antes de iniciar el desarrollo de la propuesta educativa y proporciona aspectos generales de los grupos que participan en la investigación, como es la edad, el uso de dispositivos móviles, el tiempo que los utiliza, el acceso a internet y el uso que hace de ellos para fines académicos y personales. Ver instrumento en Anexo No 1

##### **b) Pretest**

El pretest es un instrumento que se aplicará a dos grupos elegidos de manera aleatoria: uno grupo control y el otro experimental. Este pretest consta de diez preguntas que indagan sobre el manejo que tienen los estudiantes de la función lineal, de sus características, componentes, gráficas y aplicaciones.

Y ya que es necesario en la investigación en educación contar con instrumentos confiables, que sean validados (Galicia, Balderrama, & Navarro, 2017), al pretest se le realiza una validación de expertos que como lo definen Escobar y Cuervo (2008): “es una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones” (p. 29).

La validación de expertos propuesta en el presente trabajo evalúa la claridad, coherencia y relevancia de cada una de las preguntas del pretest, es una adaptación de los investigadores (Ver anexo 3), tomado de Escobar y Cuervo (2008, p. 35-36).

El instrumento es validado por cinco expertos con amplia trayectoria en el campo educativo, específicamente en educación matemática (Ver Anexo 4). Posterior a la validación del instrumento, a cada una de las preguntas se le aplican la prueba de Friedman y se hace el coeficiente de concordancia de Kendall.

Los resultados obtenidos de las pruebas estadísticas se presentan a continuación:

Tabla 12. *Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de claridad, validación juicio de expertos al test.*

Pregunta	N	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
<b>P1</b>	5	3,8	0,83666	3,0	5,0
<b>P2</b>	5	4,0	1,22474	2,0	5,0
<b>P3</b>	5	3,0	1,58114	1,0	5,0
<b>P4</b>	5	4,0	1,00000	3,0	5,0
<b>P5</b>	5	4,4	0,54772	4,0	5,0
<b>P6</b>	5	4,2	0,83666	3,0	5,0
<b>P7</b>	5	3,6	1,67332	1,0	5,0
<b>P8</b>	5	4,2	0,44721	4,0	5,0
<b>P9</b>	5	3,8	0,83666	3,0	5,0
<b>P10</b>	5	4,0	1,22474	2,0	5,0

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 13. *Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de claridad.*

Pregunta	Rangos Promedio
<b>P1</b>	4,9
<b>P2</b>	5,4
<b>P3</b>	3,8
<b>P4</b>	5
<b>P5</b>	6,6
<b>P6</b>	6,6
<b>P7</b>	5,2
<b>P8</b>	6,2
<b>P9</b>	5,3
<b>P10</b>	6

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 14. *Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de claridad.*

Estadísticos de Prueba Friedman	
<b>N</b>	<b>5</b>
<b>Chi-cuadrado</b>	4,581
<b>gl</b>	9
<b>Sig. asintótica</b>	0,869

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 15. *Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de claridad.*

Estadísticos de Prueba W de Kendall	
<b>N</b>	<b>5</b>
<b>Chi-cuadrado</b>	4,581
<b>W de Kendall*</b>	0,102
<b>gl</b>	9
<b>Sig. asintótica</b>	0,0869

- Coeficiente de Concordancia de Kendall

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 16. *Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de coherencia, validación juicio de expertos al test.*

Pregunta	N	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
<b>P1</b>	5	3,6	1,14018	2,0	5,0
<b>P2</b>	5	5,0	0,00000	5,0	5,0
<b>P3</b>	5	4,2	0,83666	3,0	5,0
<b>P4</b>	5	4,6	0,54772	4,0	5,0
<b>P5</b>	5	4,8	0,44721	4,0	5,0
<b>P6</b>	5	4,8	0,44721	4,0	5,0
<b>P7</b>	5	4,6	0,54772	4,0	5,0
<b>P8</b>	5	4,4	0,89443	3,0	5,0
<b>P9</b>	5	4,8	0,44721	4,0	5,0
<b>P10</b>	5	4,4	0,89443	3,0	5,0

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 17. Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de coherencia.

Pregunta	Rangos Promedio
P1	3,10
P2	7,30
P3	3,70
P4	5,40
P5	6,40
P6	6,40
P7	5,60
P8	5,40
P9	6,40
P10	5,30

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 18. Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de coherencia.

Estadísticos de Prueba Friedman	
N	5
Chi-cuadrado	16,459
gl	9
Sig. asintótica	0,058

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 19. Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de coherencia.

Estadísticos de Prueba W de Kendall	
N	5
Chi-cuadrado	16,459
W de Kendall*	0,366
gl	9
Sig. asintótica	0,058

- Coeficiente de Concordancia de Kendall

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia



Tabla 20. *Resultados estadísticos descriptivos para el ítem de pertinencia, validación juicio de expertos al test.*

Pregunta	N	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
P1	5	3,4	1,51658	2,0	5,0
P2	5	5,0	0	5,0	5,0
P3	5	3,8	0,83666	3,0	5,0
P4	5	4,2	1,30384	2,0	5,0
P5	5	4,4	0,83666	3,0	5,0
P6	5	4,8	0,44721	4,0	5,0
P7	5	4,4	0,54772	4,0	5,0
P8	5	4,2	0,83666	3,0	5,0
P9	5	4,6	0,54772	4,0	5,0
P19	5	4,2	1,30384	2,0	5,0

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 21. *Rangos promedio para prueba de Friedman y W. Kendall para cada pregunta ítem de pertinencia.*

Pregunta	Rangos Promedio
P1	3,5
P2	7,7
P3	3,4
P4	5,7
P5	6,0
P6	7,0
P7	5,4
P8	4,4
P9	6,2
P10	5,7

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 22. *Estadísticos de prueba de Friedman para criterio de pertinencia.*

Estadísticos de Prueba Friedman	
N	5
Chi-cuadrado	15,150
gl	9
Sig. asintótica	0,087

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Tabla 23. *Estadísticos de prueba W de Kendall para criterio de pertinencia.*

Estadísticos de Prueba W de Kendall	
<b>N</b>	<b>5</b>
<b>Chi-cuadrado</b>	15,150
<b>W de Kendall*</b>	0,337
<b>gl</b>	9
<b>Sig. asintótica</b>	,087

Fuente: Datos emitidos por expertos. Elaboración Propia

Teniendo en cuenta que el coeficiente de Kendall mide el grado de asociación entre varios conjuntos (k) de N entidades; y permite determinar el grado de concordancia entre los jueces; en el presente trabajo a criterio de los evaluadores se propone un nivel de significancia del diez por ciento; es decir,  $\alpha = 0,10$ . Además se plantea como hipótesis nula e hipótesis alterna, las siguientes:

- $H_0$ : No existe asociación entre las clasificaciones de todos los evaluadores y el valor estándar conocido.
- $H_1$ : Las clasificaciones de todos los evaluadores están asociadas con el valor estándar conocido.

De esta manera en los criterios de Coherencia y Pertenencia se tiene que  $p \leq \alpha$ , rechazando la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se da crédito a la hipótesis alternativa, de esta manera se concluye que las clasificaciones del evaluador están asociadas entre sí, y el instrumento es coherente y pertinente. Respecto al criterio de Claridad, que hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica:  $p > \alpha$ , esto no rechaza la hipótesis nula, lo que exige a los investigadores generar ajustes en la claridad de las preguntas. Realizados los ajustes al instrumento llamado pretest (Anexo 5), se aplica a dos Grupos: Experimental  $CE_1$  y Control  $GC_1$ .

#### ***4.2.2.1 Instrumentos de Seguimiento.***

Para evidenciar el proceso de aprendizaje de la función lineal y su estructura; es decir, los avances que los estudiantes tienen acerca de la pendiente de la recta, punto de corte y modelación de situaciones, en la sesión tres, cinco y seis respectivamente, se desarrollará algunas guías por parte de los estudiantes, que permitan a los investigadores evidenciar los avances en el aprendizaje de la temática:

- a) La guía de trabajo de la Pendiente de la Función Lineal se desarrolla en la sesión tres, en ésta se evidencia la comprensión que tiene el estudiante en el manejo de la pendiente de la recta como el grado de inclinación que tiene una función lineal (Anexo 6)
- b) La guía de trabajo del Punto de Corte se desarrolla en la sesión cuatro, allí se muestra el manejo que el estudiante tiene frente al punto de corte de una función con respecto al eje y (Anexo 7)
- c) Guía de trabajo final, modelación de situación: Esta guía se desarrolla en la sexta sesión, en ella se evidencia el manejo que los estudiantes tienen frente a las variables dependiente e independiente, y frente a la modelación que hacen a través de una función lineal de una situación con la información presentada. (Ver sesión 4.3: Unidad Didáctica, Sesión 6)

#### ***4.2.2.3 Instrumentos de Evaluación.***

- Posttest

El Posttest se basa en el pretest con mínimas modificaciones y se aplica a los cuatro grupos de undécimo grado al finalizar la intervención en el grupo Experimental, esto con el fin de evaluar la efectividad de utilizar AM GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal.

- Test Actitudinal de Percepción Aprendizaje móvil y de la AM GeoGebra para dispositivos móviles (Escalamiento Likert)

En la presente investigación se entiende el método del escalamiento de Likert como aquel que:

“Consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide la reacción de los participantes. Es decir, se presenta cada afirmación y se solicita al sujeto que externe su reacción eligiendo uno de los cinco puntos o categorías de la escala. A cada punto se le asigna un valor numérico. Así, el participante obtiene una puntuación respecto de la afirmación y al final su puntuación total, sumando las puntuaciones obtenidas en relación con todas las afirmaciones” (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 238)

Este método es una técnica válida para la medición de actitudes, se utiliza con gran profusión dentro de diferentes ámbitos y su propósito es preguntar a las personas acerca de sus percepciones, sentimientos u opiniones sobre un tema específico (Cañadas & Sánchez, 1998; Castejon & Alaminos Chica, 2006); en la presente investigación se usa dicho escalamiento para preguntar a los estudiantes acerca de su percepción sobre el aprendizaje móvil en clase de matemáticas y la aplicación utilizada (AM GeoGebra) (Anexo 8).

### **4.3 Propuesta Pedagógica- Unidad Didáctica: Aprendiendo de la función Lineal: sus características, representaciones y aplicaciones, haciendo uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra.**

#### **Descripción de la Unidad Didáctica**

La presente unidad didáctica se propone para el aprendizaje de la función lineal, sus características, gráficos y generalidades, se hace uso de la aplicación móvil “Calculadora Gráfica” de GeoGebra (AM GeoGebra).

Antes de comenzar esta unidad didáctica, se aplica una prueba previa: pretest, la cual consta de diez preguntas (véase el anexo 5) a dos grupos elegidos al azar: un control ( $GC_1$ ) y un experimental ( $GE_1$ ). El pretest consiste en diez preguntas que investigan el manejo de la función lineal por parte de los estudiantes: sus características, componentes, gráficos y aplicaciones. Los resultados obtenidos en la prueba pretest por parte del grupo experimental fueron en promedio del 27,14% y del grupo control un 33,43% (Ver tabla No 35); confirmando las dificultades que tienen los estudiantes de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte. Con este insumo se plantea la presente unidad didáctica.

Esta unidad didáctica se desarrolla en tres bloques temáticos y cada uno de ellos se compone de dos sesiones. La sesión durará aproximadamente ciento diez minutos. En el primer bloque temático, se hace una ambientación del uso de la tecnología en el aula, una introducción a la AM GeoGebra y a las nociones básicas de función, así como a las cuatro formas diferentes de representarlas. En el segundo bloque temático se trabaja sobre los elementos que componen la función lineal: Pendiente y punto de corte. El tercer bloque temático presenta situaciones que deben ser modeladas con una función lineal.

Al final de la intervención, se aplica un Posttest a los cuatro grupos de undécimo grado, dos grupos de control y dos grupos experimentales.

## **Objetivos de la Unidad Didáctica**

### **Objetivo General de la Unidad Didáctica.**

Identificar, caracterizar y graficar la función lineal, hacer uso de ella para modelar y dar solución a diferentes situaciones.

### **Objetivos Específicos de la Unidad Didáctica.**

- Determinar el dominio, codominio y rango en una función lineal
- Identificar e interpretar los elementos que componen la función lineal (pendiente y punto de corte)
- Identificar y relacionar las diferentes formas de representar la función lineal: verbal, visual, algebraica y numérica.
- Hallar de manera algebraica las intersecciones de la función lineal con los ejes de coordenadas y relacionarlas con la representación visual.
- Modela y soluciona de manera adecuada situaciones planteadas.

### **Contenidos**

- Definición de función lineal
- Análisis de los elementos de la función lineal
- Representación: gráfica, verbal, numérica y algebraica de la función lineal
- La función lineal como modelación de situaciones

## **Criterios de Evaluación para los estudiantes**

### **- Cognitivo**

Diferencia una función de una relación numérica

Reconoce los elementos de la función lineal

Identifica una función a partir de cualquiera de sus cuatro representaciones

Modela situaciones a través de la función lineal

### **- Procedimental**

Elabora e interpreta las gráficas de la función lineal

Relaciona las diferentes representaciones de la función lineal (gráfica, numérica, algebraica y verbal)

Hace uso adecuado de la AM GeoGebra teniendo en cuenta las indicaciones dadas y los ejercicios propuestos

### **- Actitudinal**

Se interesa en la clase y cumple los tiempos acordados para desarrollar las actividades propuestas

Reconoce las tecnologías como una herramienta de trabajo en el ámbito académico



**Recursos**

Dispositivos móviles: celulares, tabletas, iPad (ya sean propios o institucionales)

AM GeoGebra.

Guías (físicas y virtuales)

Noticias (impresas y videos)

Recursos Digitales: Videos, imágenes, lecturas, presentaciones power point,

Blog: [www.omicrn.blogspot.com](http://www.omicrn.blogspot.com)

**Desarrollo - Estrategias y Actividades**

La presente unidad didáctica se desarrolla a partir de tres Bloques temáticos, cada uno de ellos se compone de dos sesiones, cada sesión con un tiempo aproximado de dos horas de clase; es decir, ciento diez minutos aproximadamente.

**Bloque Temático 1:** Este se compone de dos sesiones, donde se manejan una ambientación del uso de la tecnología en el aula, la introducción a la AM GeoGebra, junto con las nociones básicas de función y sus cuatro formas de representarlas.

**Tiempo:** 2 sesiones de clase

**Objetivo Docente:** Desarrollar una secuencia de actividades que permitan al estudiante familiarizarse con la AM GeoGebra e iniciar la temática de funciones.

**Objetivo Estudiante:** Manejar adecuadamente las herramientas básicas de la AM GeoGebra e identificar el concepto de función.

### **Desarrollo del Bloque Temático:**

#### **Sesión 1**

##### *Momento 1*

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista.

##### *Momento 2*

Contextualización

Tiempo: 45 minutos

Descripción:

Se dividirá el curso en ocho grupos (aproximadamente de cuatro estudiantes por grupo), cuatro grupos leerán sobre “las ventajas del uso de las TIC en el aula” y después de realizada la lectura, desde su experiencia deben plantear las desventajas del uso de las TIC en la educación. Los otros cuatro grupos leerán sobre “las desventajas del uso de las TIC en el aula” y después de realizada la lectura, desde su experiencia deben plantear las ventajas del uso de las TIC en la educación.

Al finalizar el trabajo en grupos se realizará una plenaria donde los diferentes grupos exponen sus ideas.

Las lecturas son tomadas de: “Ventajas e inconvenientes del uso de las tecnologías de la comunicación y la información en la realidad educativa” de Soler Pérez, V (2008). Ver anexo 9

### Momento 3

Fundamentos Teóricos de función y Elementos de la función: dominio, codominio y rango.

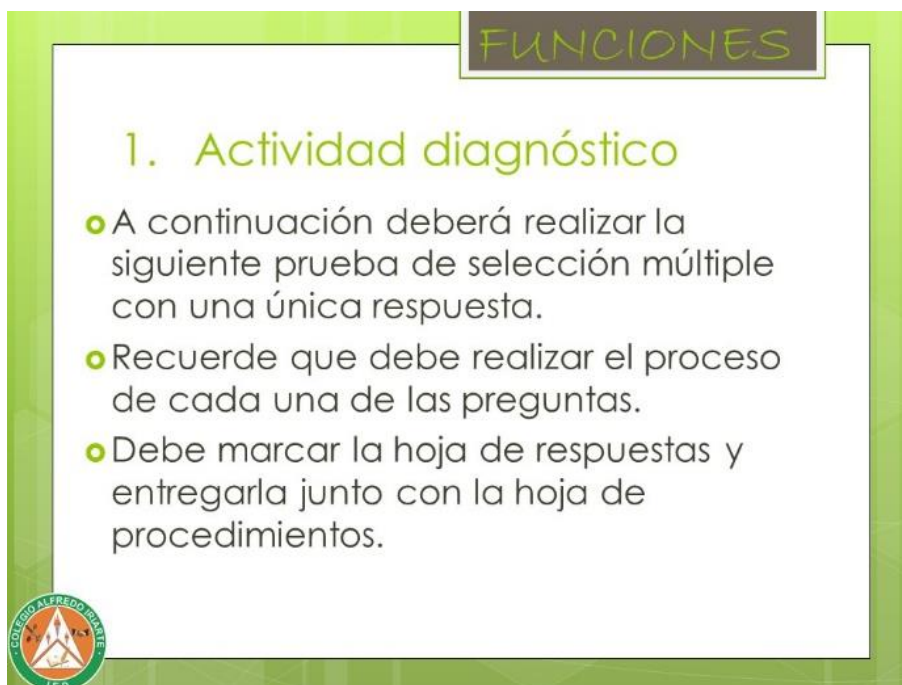
Tiempo: 45 minutos

Descripción:

Se presentan los conceptos de: relación y función matemática, las diferencias entre estos términos, notación de la función y sus elementos (dominio, codominio y rango). Esto se hará por medio de una presentación en Power Point (Autoría propia).



Imagen 8. Primera diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.



**FUNCIONES**

## 1. Actividad diagnóstico

- A continuación deberá realizar la siguiente prueba de selección múltiple con una única respuesta.
- Recuerde que debe realizar el proceso de cada una de las preguntas.
- Debe marcar la hoja de respuestas y entregarla junto con la hoja de procedimientos.


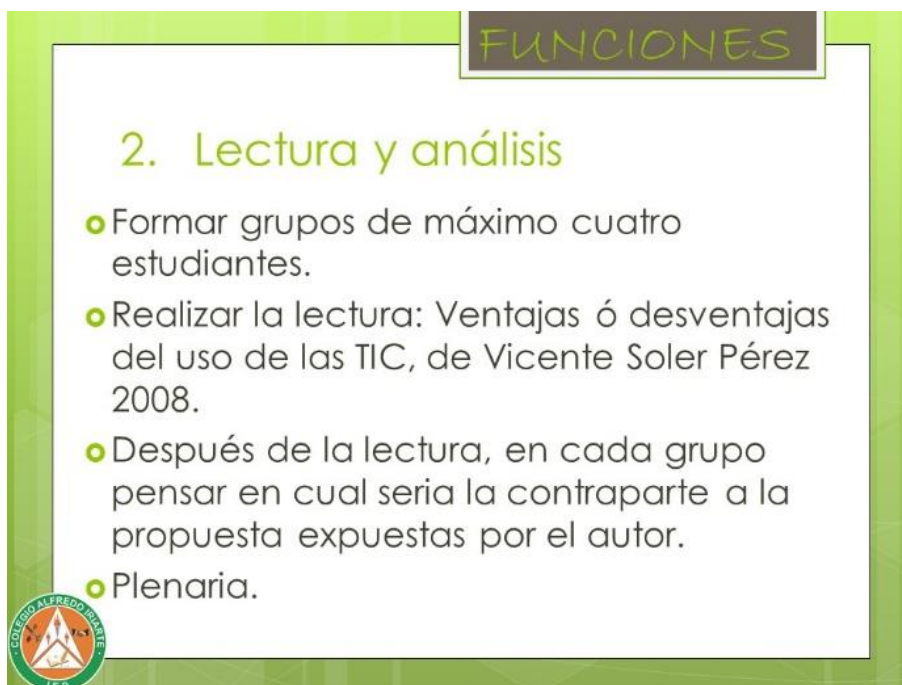


Imagen 9. Segunda diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.



**FUNCIONES**

## 2. Lectura y análisis

- Formar grupos de máximo cuatro estudiantes.
- Realizar la lectura: Ventajas ó desventajas del uso de las TIC, de Vicente Soler Pérez 2008.
- Después de la lectura, en cada grupo pensar en cual seria la contraparte a la propuesta expuestas por el autor.
- Plenaria.




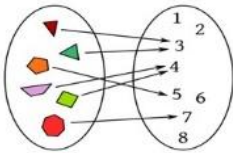

Imagen 10. Tercera diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.

## FUNCIONES

### 3. Concepto

Una función es la relación que existe entre los elementos de un conjunto inicial y otro final que cumplen las siguientes condiciones:

- todos los elementos del conjunto inicial deben estar relacionados con un solo elemento del conjunto final (Existencia).
- Cada elemento del conjunto inicial debe relacionarse con uno y solo un elemento del conjunto final (Unicidad).

Diagramas Sagitales

Imagen 11. Cuarta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.

## FUNCIONES

### 4. Notación

La función puede considerarse como una correspondencia de un conjunto  $X$  de números reales  $x$  a un conjunto  $Y$  de números reales  $y$ , donde  $y$  es único para cada valor específico de  $x$ .

Si  $f$  representa dicha relación, tenemos que:

$$y_n = f(x_n)$$

También se dice que  $y$  es la imagen de  $x$  o que  $x$  es la pre-imagen de  $y$ .



Diagramas Sagitales

Imagen 12. Quinta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.

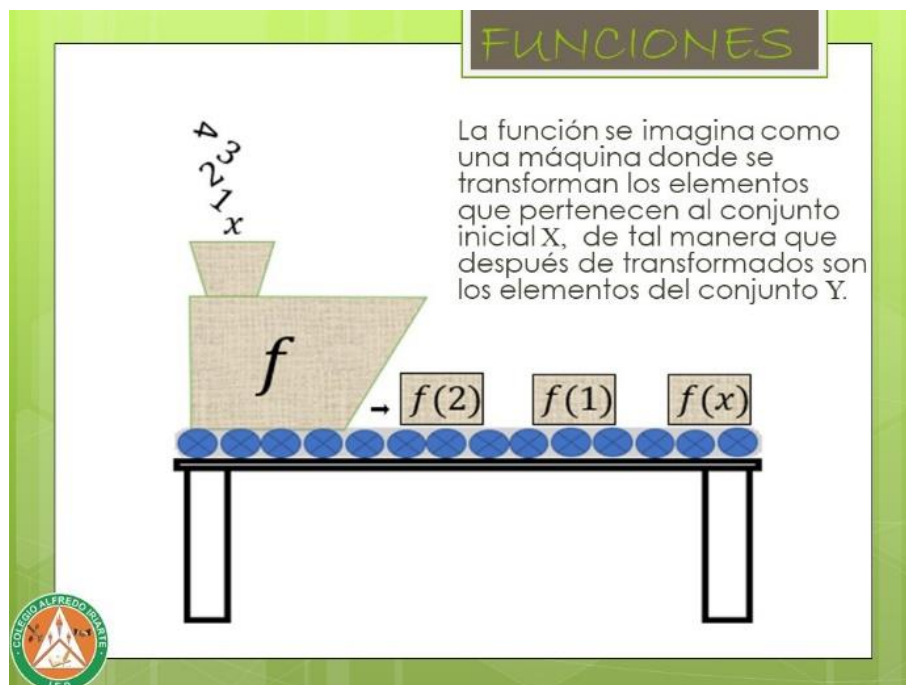


Imagen 13. Sexta diapositiva de la Sesión 1. Elaboración propia.

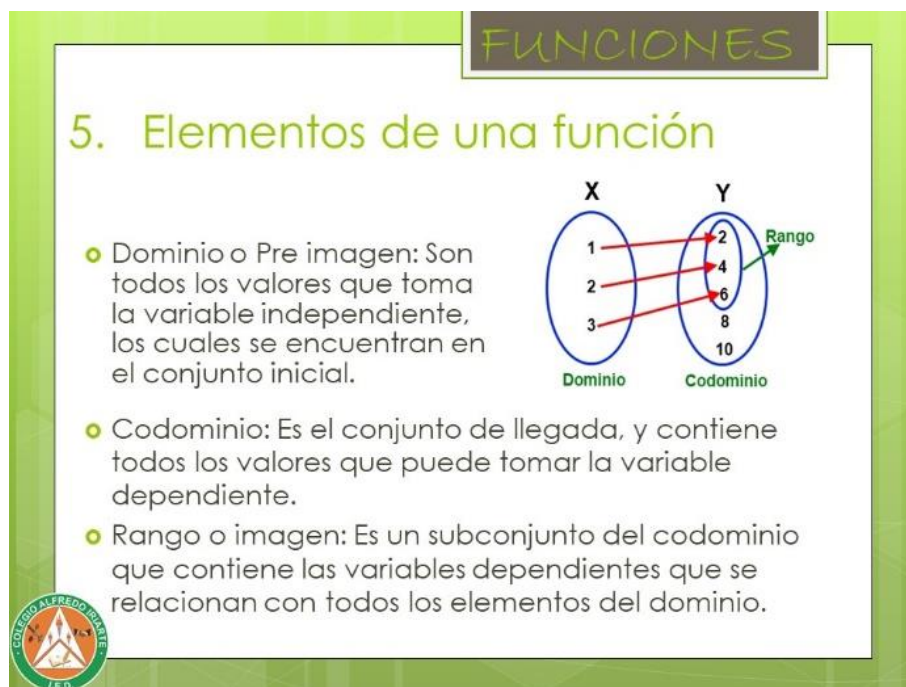


Imagen 14. Séptima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.



**NO SON FUNCIONES**

## 6. ¿Qué es relación pero no es función?

En el siguiente diagrama sagital se representa la relación numérica “ser divisor de”; esta relación numérica **NO** es función, puesto que a cada elemento (número) del conjunto de partida A, le corresponde varios elementos en el conjunto de llegada B; es decir, a un elemento del conjunto A, le corresponden sus divisores que están en el conjunto B




Imagen 15. Octava diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia.

**NO SON FUNCIONES**

La relación numérica representada en el siguiente Diagrama Sagital es:

“Divisores de x”

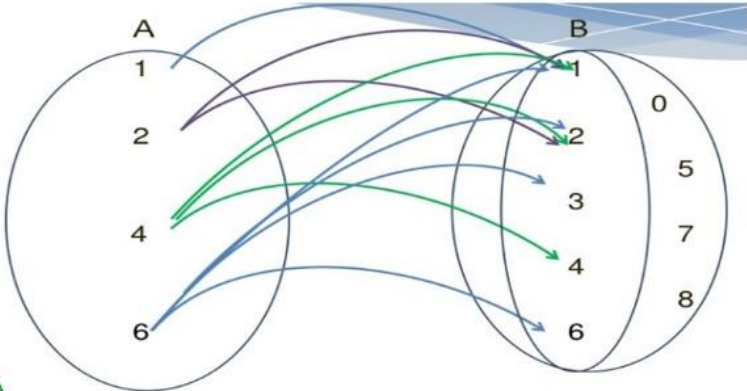




Imagen 16. Novena diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

## FUNCIONES

En la representación gráfica:  
¿Cómo reconocer si una relación  
es una función?

Al representar una relación numérica  
en el plano cartesiano, se debe seguir  
la siguiente regla para identificar si esa  
relación es una función :

“Toda vertical debe cortar en uno y solo un  
punto a relación graficada”




Imagen 17. Décima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia



Imagen 18. Décima primera diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia



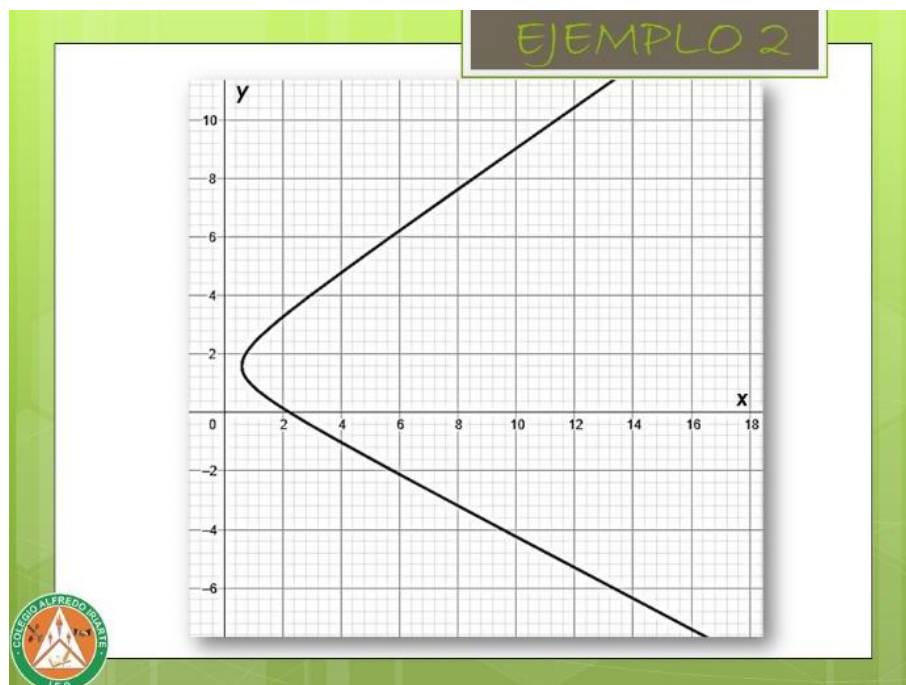


Imagen 19. Décima segunda diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

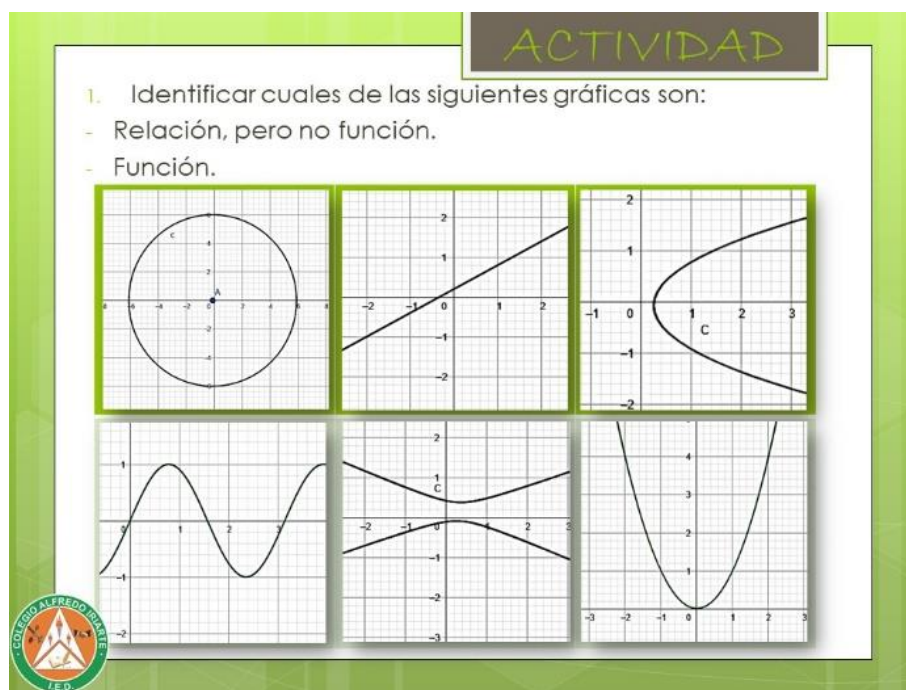


Imagen 20. Décima tercera diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

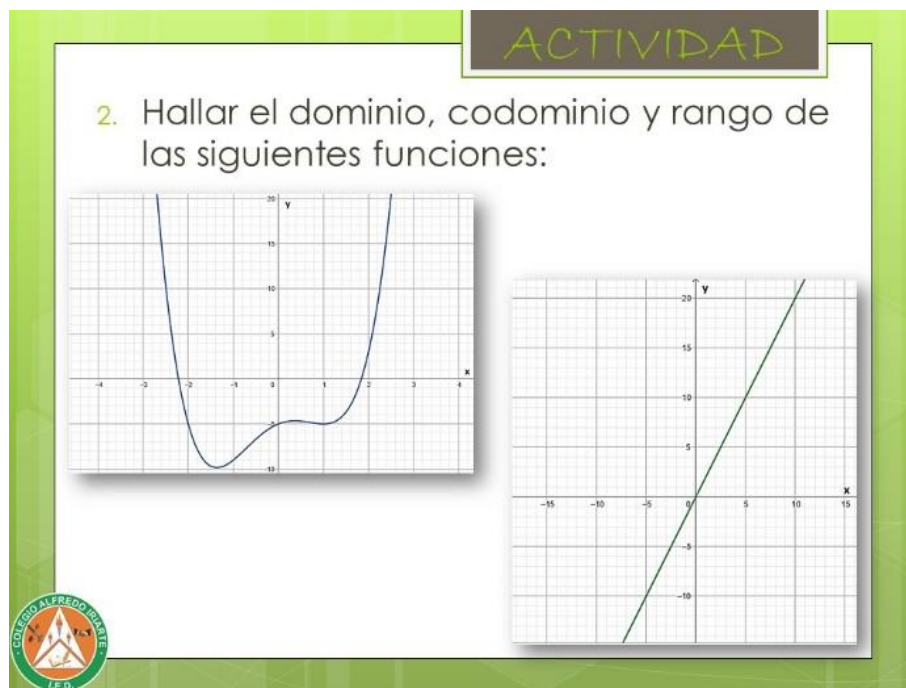


Imagen 21. Décima cuarta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

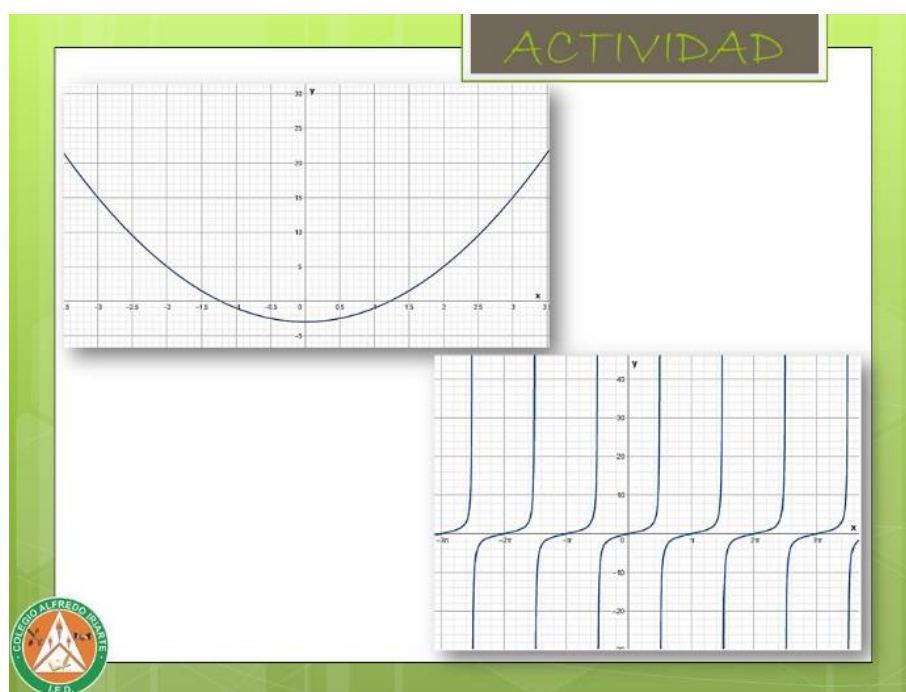


Imagen 22. Décima quinta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

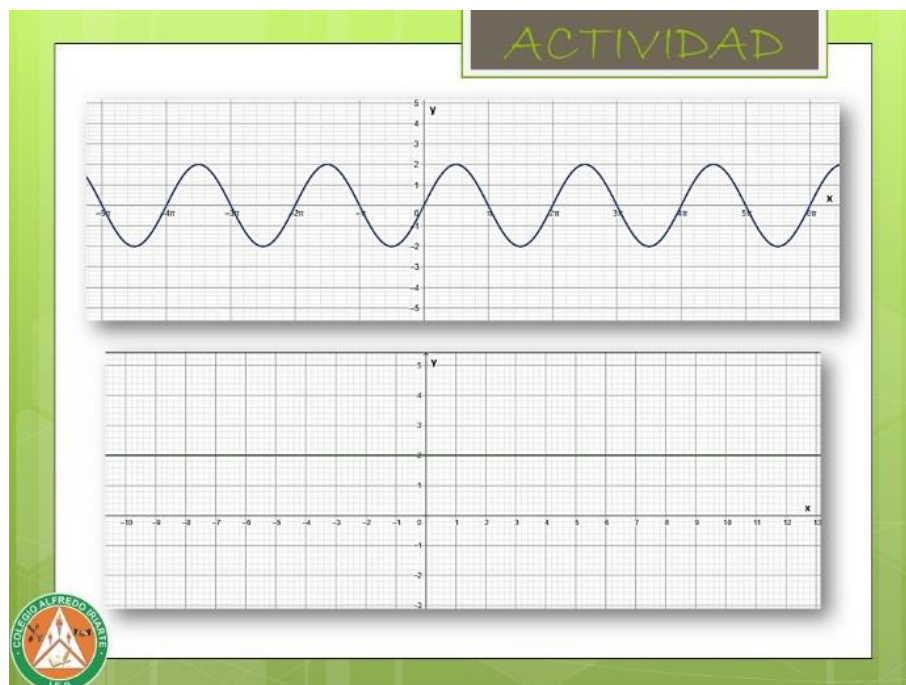


Imagen 23. Décima sexta diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

#### Momento 4

Presentación del video “Saludo a la comunidad de GeoGebra por Markus Hohenwarter” creador de GeoGebra, en el cual se hace una pequeña introducción al uso de dicho Software.

Enlace: <https://cutt.ly/Swsbcba>

The slide is titled "ACTIVIDAD" in a green box at the top right. It has a heading "7. Vídeo Markus Hohenwarter" in green. Below the heading, there are two bullet points: "Presentación Video." and "Tarea:". Under "Tarea:", there are two sub-points: "➤ Enviar un mensaje vía WhatsApp con su Nombre, Apellido y curso, y escriba una expectativa que tenga acerca de utilizar una aplicación móvil en su celular. Este mensaje debe ser enviado al número ..." and "➤ Descargar aplicación de GeoGebra Calculadora Gráfica". A circular logo is located in the bottom left corner of the slide.

Imagen 24. Décima séptima diapositiva de la sesión 1. Elaboración propia

- Explicación de la Actividad extra-clase: Mensaje WhatsApp y Descarga la AM GeoGebra

Tiempo: 15 minutos

Descripción: Como actividad extra-clase cada estudiante debe cumplir con dos tareas:

1. Enviar un WhatsApp con su curso y nombre completo, esto con el fin de poder vincularlos a un grupo de WhatsApp, así resolver dudas, inquietudes, permitir una interacción entre ellos fuera del aula y el envío y recepción de actividades extra-clase.

2. Para poder trabajar con AM GeoGebra es necesario que los estudiantes tengan instalados en sus dispositivos móviles dicha aplicación, pero teniendo en cuenta que los estudiantes en general no cuentan con plan de datos, y la red Wifi de la institución no permite el acceso por parte de los dispositivos móviles propios de estudiantes, ni de los docentes; se hace necesario asignar como actividad extra-clase la descarga de la AM GeoGebra en los dispositivos móviles personales para su uso posterior. Para esta actividad se enviará a través del WhatsApp el siguiente vínculo donde se encuentra con una guía paso a paso para descargar la aplicación, e igualmente el vínculo se publicará en el blog [Omicrn.blogspot.com.co](https://ggbm.at/d6hdprk3), en la página “GEOGEBRA”

Link: <https://ggbm.at/d6hdprk3> (Elaboración propia de los autores).



Imagen 25. Pantallazo de la guía digital de instalación AM GeoGebra. Elaboración propia

## Sesión 2

### Momento 1

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista.

La clase inicia con la siguiente diapositiva



Imagen 26. Primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

### Momento 2

Familiarización de la AM GeoGebra

Tiempo: 30 minutos

Descripción: Se inicia la clase explorando y explicando las partes de la AM GeoGebra

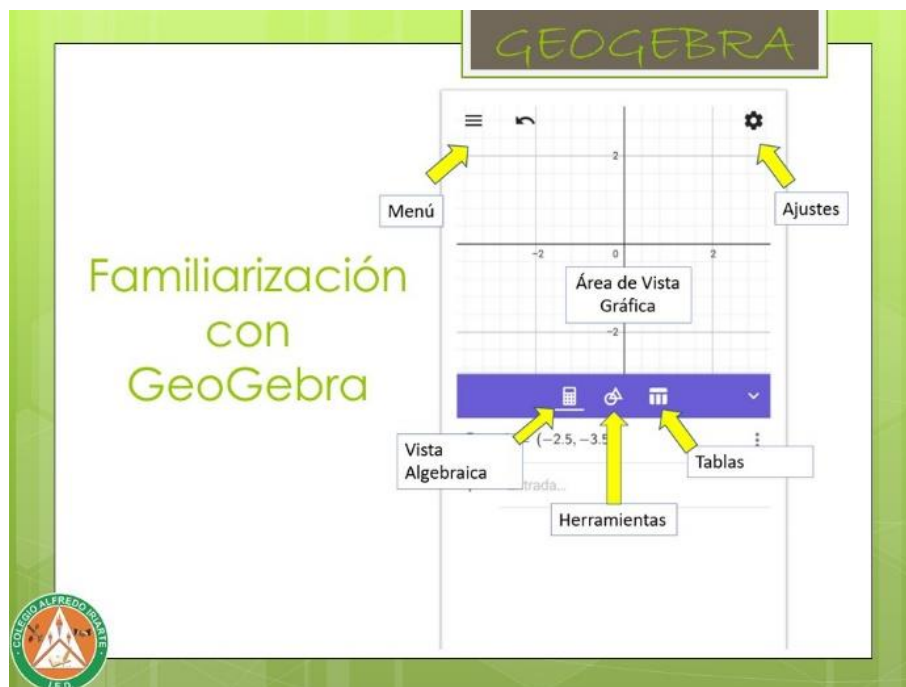


Imagen 27. Segunda diapositiva de la sesión 2: pantallazo de la vista de la AM GeoGebra en dispositivo móvil. Elaboración propia

Luego se hará un recorrido General por las Herramientas de la aplicación para que los estudiantes tengan conocimiento de ellas y la utilicen de manera adecuada, se hará especial énfasis en las herramientas que se utilizarán en la intervención de aula.

Herramientas a explorar:

- De Herramientas Básicas se hará énfasis en el manejo del Punto: Ubicación de un punto en el plano y realizar ajustes sobre: color, tamaño, estilo, rótulo (oculto, nombre, nombre y valor), visibilidad, fijación, rastro, mostrar en la vista algebraica.
- De la Herramienta Edición: mostrar/ocultar, selección objetos
- De la Herramienta Medición: Ángulos, distancias y área
- De la Herramienta Rectas: Segmentos, Recta, Semirrecta, Vector (En cada elemento se revisará: Color, Estilo, Grosor, Rótulo, Rastro, Fijación)



- De la Herramientas Polígonos: Trazo de polígono, polígono Regular, polígono vectorial y Polígono Rígido.
- Introducción de funciones en la vista algebraica y tablas. Relación con Área de vista gráfica.
- 

Con los estudiantes, lo anterior se trabajará a partir de las siguientes diapositivas:

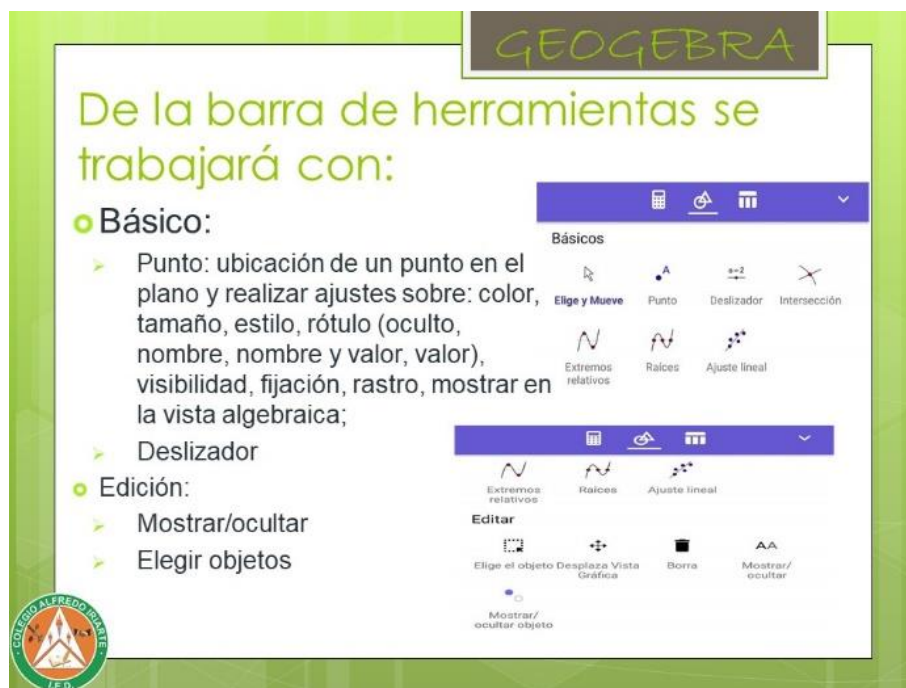


Imagen 28. Primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia



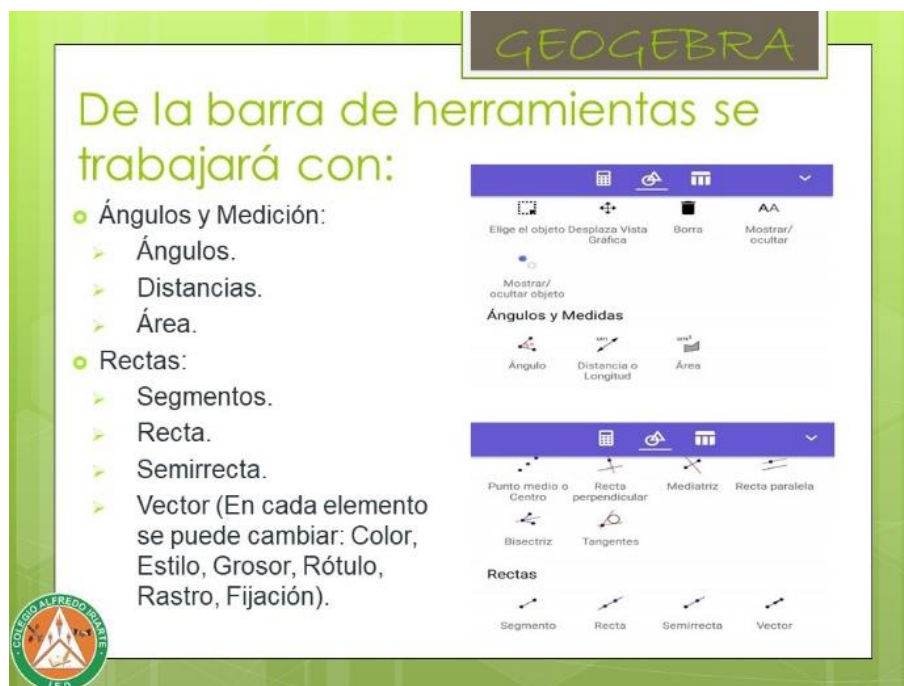


Imagen 29. Cuarta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

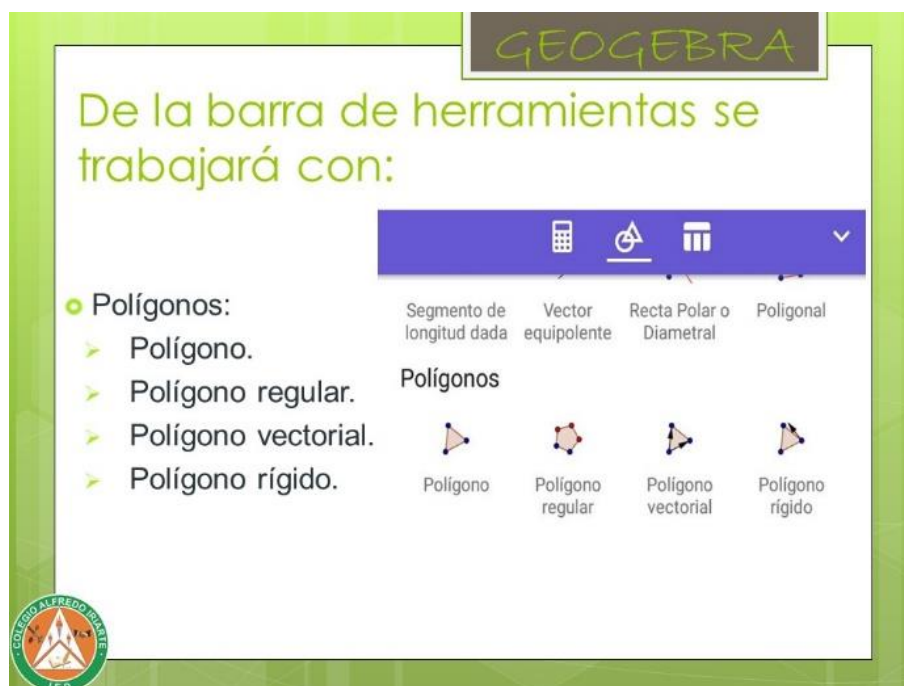


Imagen 30. Quinta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

**GEOGEBRA**

De la barra de vista algebraica se trabajará:

- Como se introduce una función.

The screenshot shows the Geogebra interface. On the left, the algebra view has a purple header with icons for menu, calculator, graph, and table. Below the header, the function  $f(x) = 2x^2 - 5$  is entered. On the right, the graph view shows a coordinate plane with a grid. A red parabola is plotted, opening upwards with its vertex at (0, -5) and x-intercepts at (-2, 0) and (2, 0). The axes are labeled from -4 to 5 on the x-axis and -6 to 4 on the y-axis.

Imagen 31. Sexta diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

**GEOGEBRA**

De la barra de Tablas se trabajará:

- Como se visualiza la tabla de valores de las funciones que se grafican.

The screenshot shows the Geogebra interface with the table view active. On the left, the algebra view shows the function  $f(x) = 2x^2 - 5$ . On the right, the graph view shows the same parabola. The table view displays the following data:

x	f(x)
-5	45
-4	27
-3	13
-2	3
-1	-3
0	-5

Imagen 32. Séptima diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

### Momento 3

Teoría: Representación de las funciones y actividad

Tiempo: Aproximadamente 60 minutos

Descripción: Se realiza una presentación en PowerPoint para distinguir las 4 formas de representar una función y se refuerza estos conceptos utilizando la AM GeoGebra, ya que esta aplicación permite expresar la función de manera algebraica, Visual (gráfica) y numérica (tablas).



**FUNCIONES**

## REPRESENTACIONES DE LAS FUNCIONES

- Representación Verbal : Cuando se utilizan palabras para expresar la función.  
Ejemplo:  
Dado una circunferencia de radio  $x$ , su área  $A(x)$  es el producto de  $\pi$  con el cuadrado del radio  $x$ .
- Representación Algebraica: Por medio de una fórmula  
Ejemplo:  
$$A(x) = \pi r^2$$
  
Donde  $r$  es el radio de una circunferencia



Imagen 33. Octava diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

## FUNCIONES

### REPRESENTACIONES DE LAS FUNCIONES

- Representación Numérica: Cuando se hace una tabla con algunos valores del dominio y sus correspondientes imágenes.

Ejemplo: Área del círculo

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$A(x)$	0	3,14	12,57	28,27	50,26	78,54	113,1	153,93

Imagen 34. Novena diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

## FUNCIONES

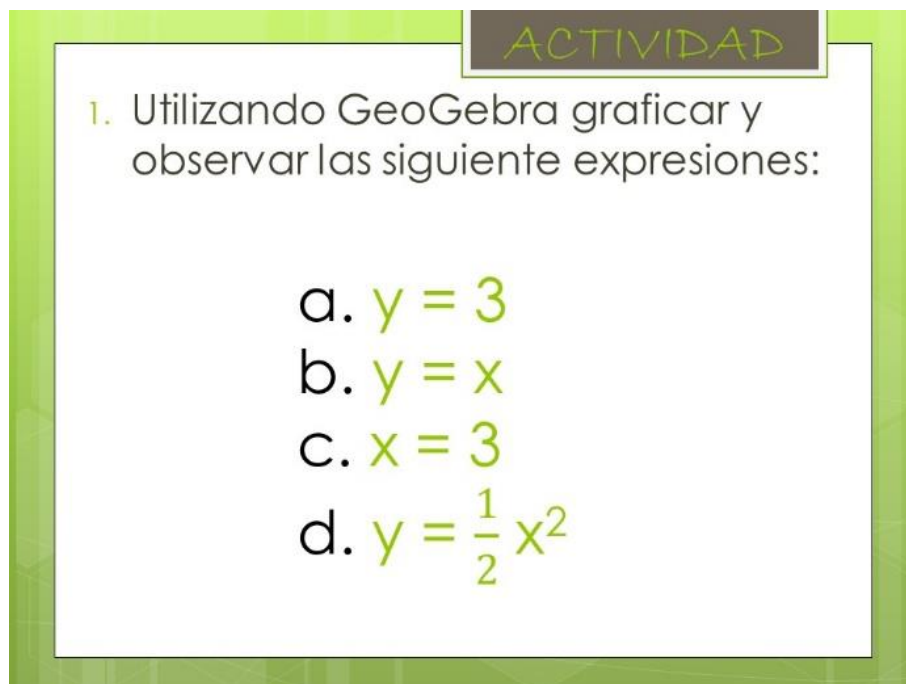
### REPRESENTACIONES DE LAS FUNCIONES

- Representación Visual: Cuando se utiliza el plano cartesiano para hacer una representación de la función.

Ejemplo: Área del círculo

Imagen 35. Décima diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

Luego se plantea la siguiente actividad a los estudiantes para que visualicen las diferentes representaciones de una función, además distingan entre relaciones numéricas y funciones.

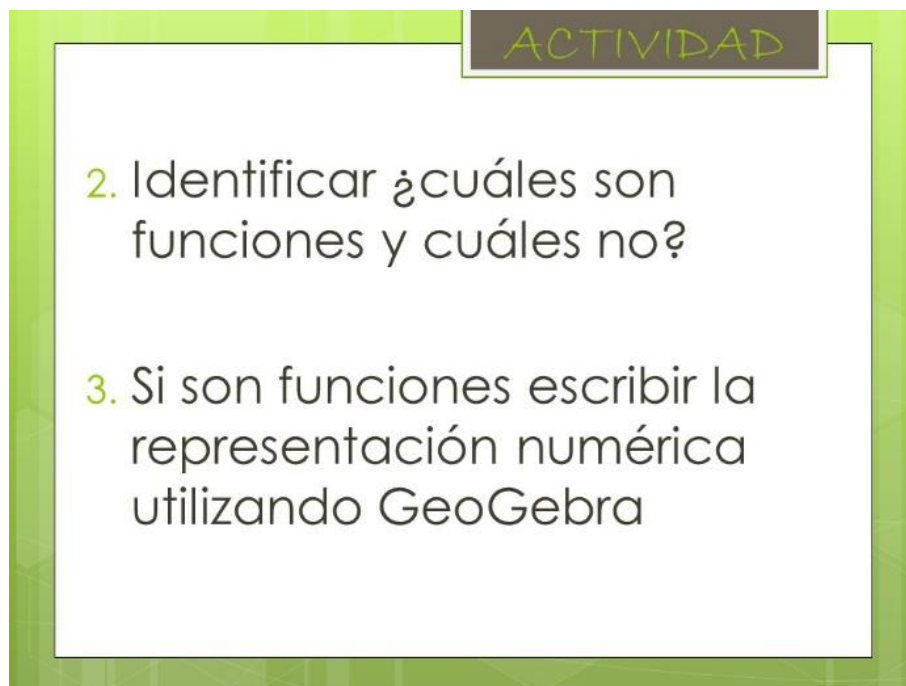


**ACTIVIDAD**

1. Utilizando GeoGebra graficar y observar las siguientes expresiones:

- a.  $y = 3$
- b.  $y = x$
- c.  $x = 3$
- d.  $y = \frac{1}{2}x^2$

Imagen 36. Décima primera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia



**ACTIVIDAD**

2. Identificar ¿cuáles son funciones y cuáles no?

3. Si son funciones escribir la representación numérica utilizando GeoGebra

Imagen 37. Décima segunda diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

**ACTIVIDAD**

4. En cada una de las funciones halle el Dominio, Codominio y Rango.

a.  $f(x) = \text{Sen } x$

b.  $f(x) = x^3 + 10$

c.  $f(x) = \sqrt{x + 3}$

d.  $f(x) = \frac{x+3}{x-5}$

Imagen 38. Décima tercera diapositiva de la sesión 2. Elaboración propia

#### Momento 4

Explicación actividad extra-clase

Tiempo: 10 minutos

Descripción:

A través del WhatsApp se enviará a los estudiantes 3 imágenes para que observen, identifiquen y respondan si son o no función, se le pide que justifique su respuesta. Los estudiantes deben responder al WhatsApp de manera individual.

Se envían tres representaciones diferentes:

- Representación Visual o Grafica

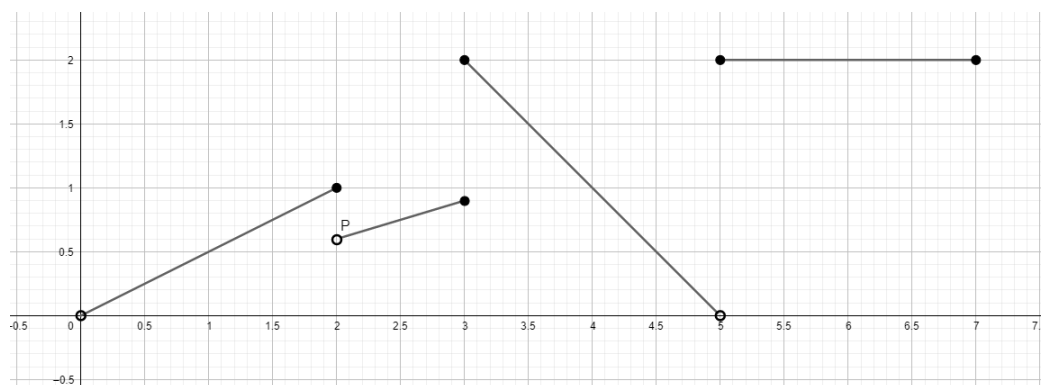


Imagen 39. Ejercicio 1 de la Actividad Extraclase 1.

- Representación en Diagrama de Venn

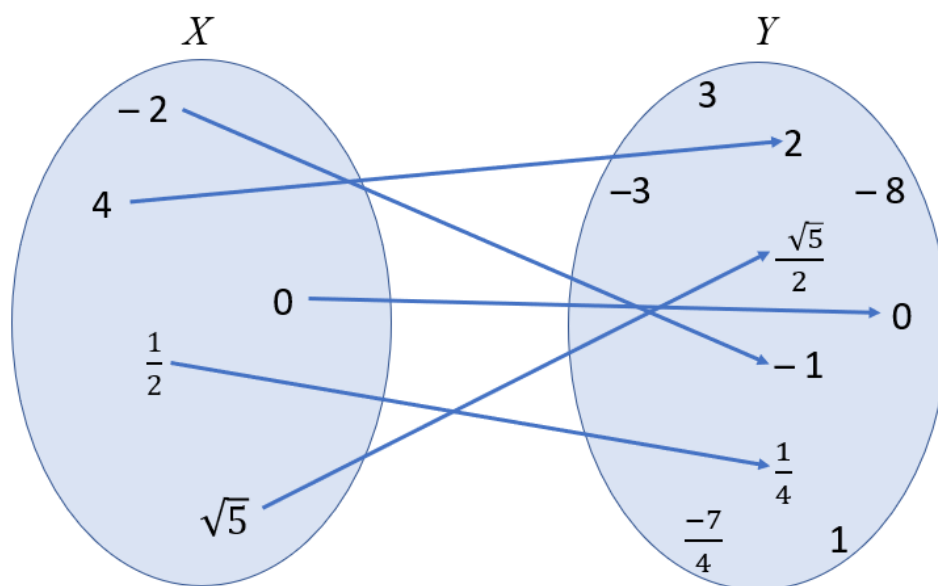


Imagen 40. Ejercicio 2 de la Actividad Extraclase 1.



- Representación Numérica (ó representación en abla)

$X$	0	$\frac{1}{2}$	-9	-6,5	3	$-\frac{4}{7}$
$Y$	-5	-5	-5	-5	-5	-5

Imagen 41. Ejercicio 3 de la Actividad Extraclase 1.

Al estudiante le llegará el WhatsApp de la siguiente manera:

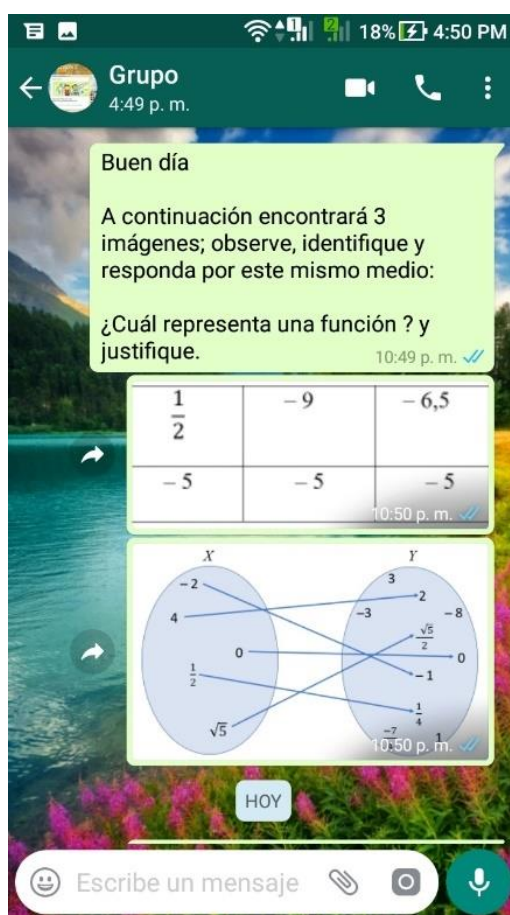


Imagen 42. Pantallazo de la actividad Extraclase No 1.



**Bloque temático 2: Elementos de la Función Lineal**

**Tiempo:** 2 sesiones de clase

**Objetivo Docente:** Inducir (conducir) al estudiante para llegar a la representación algebraica de la función lineal a partir de la solución de diferentes situaciones que se plantean, teniendo como herramienta la AM GeoGebra.

**Objetivo Estudiante:** Generalizar la forma de la función lineal a partir de diferentes situaciones que se presentan.

**Desarrollo del Bloque Temático 2****Sesión 3***Momento 1*

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista y la siguiente diapositiva donde se explican los diferentes momentos de la clase.



PROM  
2019

Pendiente de  
una recta  
Clase 3

1. Clasificación de funciones.
2. Función lineal.
3. Elementos de la función lineal.
4. Pendiente.
5. Actividad.

Imagen 43. Primera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

### Momento 2

Se presenta un esquema con la clasificación de las funciones para así ubicar dentro este marco la función lineal.

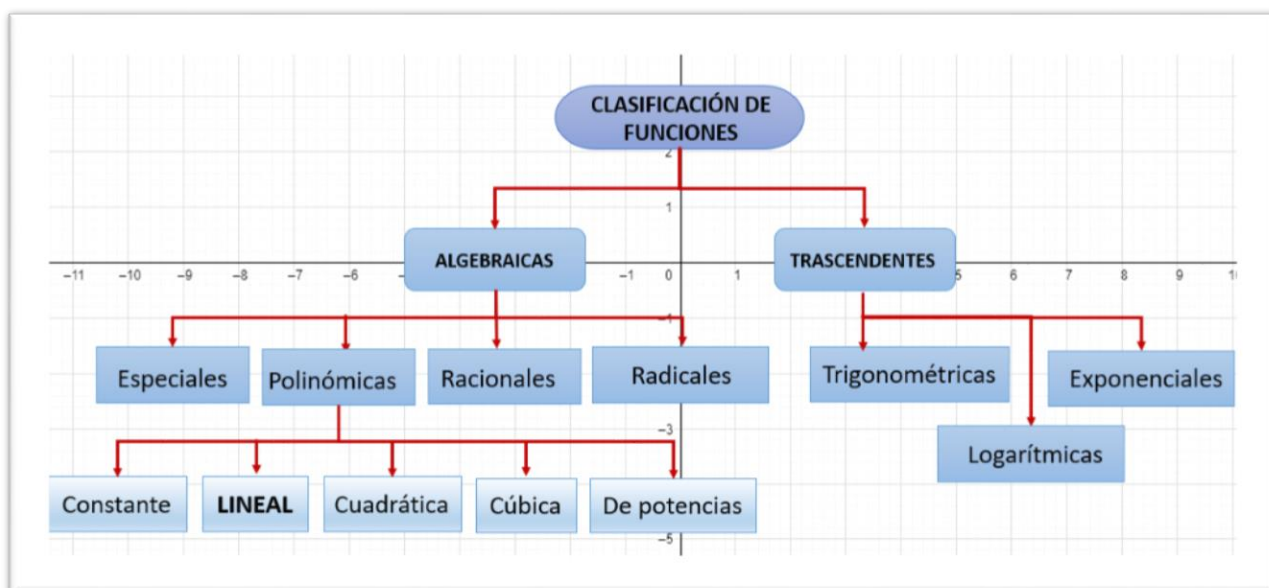


Imagen 44. Segunda diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

### Momento 3

Introducción a la temática de Pendiente de la Recta

Tiempo: 30 minutos

Descripción:

Para introducir la temática de la Pendiente de la Recta, se realizarán dos actividades con los estudiantes: La primera consiste en trabajar en tres situaciones y realizar algunas acciones con ellas; la segunda será un trabajo con la AM GeoGebra.

#### Primera Parte: Situaciones

Las situaciones que se dictarán a los estudiantes son:

1. Una llave tiene una fuga y desperdicia  $5 \text{ cm}^3$  de agua cada tres minutos.
2. Al consumir 5 gramos de chocolatina se está ingiriendo 28 calorías
3. A cada número que se elija en el dominio, se le asigna en el codominio el mismo número

Para cada una de ellas deberá:

- Elaborar una tabla con los primeros cinco datos siguiendo el patrón establecido
- En un plano cartesiano en la AM GeoGebra, después de ajustar la relación entre los ejes, ubicar dos puntos (que corresponden a dos parejas cualesquiera de la tabla)
- Utilizando la herramienta “Recta”, trace una de ellas que pase por los dos puntos ubicados anteriormente.
- Verifique que los demás puntos (parejas ordenadas de la tabla) pertenezcan a la recta.
- Escriba la expresión algebraica que modela la situación

**Función lineal**

**Situaciones:**

- Una llave tiene una fuga y desperdicia  $5 \text{ cm}^3$  de agua cada tres minutos.
- Al consumir 5 gramos de chocolatina se está ingiriendo 28 calorías.
- A cada número que se elija en el dominio, se le asigna en el codominio el mismo número.




Imagen 45. Tercera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

**Función lineal**

**Para cada una de las siguientes situaciones:**

- Elaborar una tabla con los primeros cinco datos siguiendo el patrón establecido.
- En un plano cartesiano en GeoGebra, después de ajustar la relación entre los ejes, ubicar dos puntos (que corresponden a dos parejas cualesquiera de la tabla).
- Utilizando la herramienta "Recta", Trace una de ellas que pase por los dos puntos ubicados anteriormente.
- Verifique que los demás puntos (parejas ordenadas de la tabla) pertenezcan a la recta.
- Escriba la expresión algebraica que modela la situación.




Imagen 46. Cuarta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

## Segunda Parte: Trabajo con la AM GeoGebra

Después del trabajo con las situaciones, haciendo uso de la AM GeoGebra cada estudiante escribe en la ventana algebraica la siguiente expresión  $mx$ , automáticamente la AM GeoGebra vincula un deslizador a la variable  $m$ . Los estudiantes deberán interactuar con el deslizador dando “play”, observar y describir el comportamiento de la representación gráfica de esta función línea.

Luego, responden las siguientes preguntas:

¿Qué sucede con la función cuando la pendiente es  $-5$ ?

¿Qué sucede con la función cuando la pendiente es  $5$ ?

¿Qué sucede cuando la pendiente es  $0$ ?

Luego, se le pide al estudiante que observe y compare la inclinación de la recta cuando la pendiente aumenta, específicamente en los valores de  $1$ ,  $3$  y  $5$

Por último, el estudiante debe comparar y escribir que pasa con la inclinación de la recta cuando el deslizador disminuye de  $-1$ , a  $-3$  y a  $-5$ .

Los estudiantes para desarrollar este ejercicio tendrán este formato

**PENDIENTE DE LA FUNCIÓN LINEAL**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** \_\_\_\_\_

**Haciendo la construcción en GeoGebra: “mx”; Observe y responda:** ¿Qué sucede cuando se da “play” al deslizador?

---

**Marque la respuesta correcta:**

¿Qué sucede cuando la pendiente es  $-5$  ( $m = -5$ )?                      Decrece \_\_\_\_ Crece \_\_\_\_ No tiene cambios \_\_\_\_

¿Qué sucede cuando la pendiente es  $5$  ( $m = 5$ )?                      Decrece \_\_\_\_ Crece \_\_\_\_ No tiene cambios \_\_\_\_

¿Qué sucede cuando la pendiente es  $0$ ?                      Decrece \_\_\_\_ Crece \_\_\_\_ No tiene cambios \_\_\_\_

Al aumentar la pendiente en los valores positivos:  $1$ ,  $3$  y  $5$ , ¿Qué cambios observa en la inclinación?

Aumenta la inclinación con respecto al eje x \_\_\_\_                      Disminuye la inclinación con respecto al eje x \_\_\_\_

Al disminuir la pendiente en los valores negativos  $-1$ , a  $-3$  y a  $-5$ , ¿Qué cambios observa en la inclinación?

Aumenta la inclinación con respecto al eje x \_\_\_\_                      Disminuye la inclinación con respecto al eje x \_\_\_\_

Imagen 47. Guía de trabajo en clase. Elaboración propia.

La intención de este ejercicio es que los estudiantes relacionen el concepto de pendiente con la inclinación de la recta, para lo cual se hace una socialización de respuestas dadas por los estudiantes.

#### Momento 4

Socialización de la Actividad e introducción del Concepto de la Pendiente de la Función Lineal

Tiempo: 15 minutos

Descripción: Se realizará la socialización de cada uno de los puntos de la guía, con el fin de concluir con los estudiantes dos aspectos:

- Todas las situaciones que fueron representadas gráficamente generan una recta que pasa por el origen del plano cartesiano.

- Las situaciones trabajadas en clase cumplen con un patrón matemático; que se representa algebraicamente como  $f(x) = mx$ , donde  $m$  representa un número real llamado pendiente, y  $x$  es la variable independiente; a esta función se le llama lineal.

Luego se socializan las respuestas del trabajo en la AM GeoGebra para relacionar la inclinación de la recta con el signo de la pendiente. Adicionalmente se explicará la forma general de la función lineal y sus elementos.

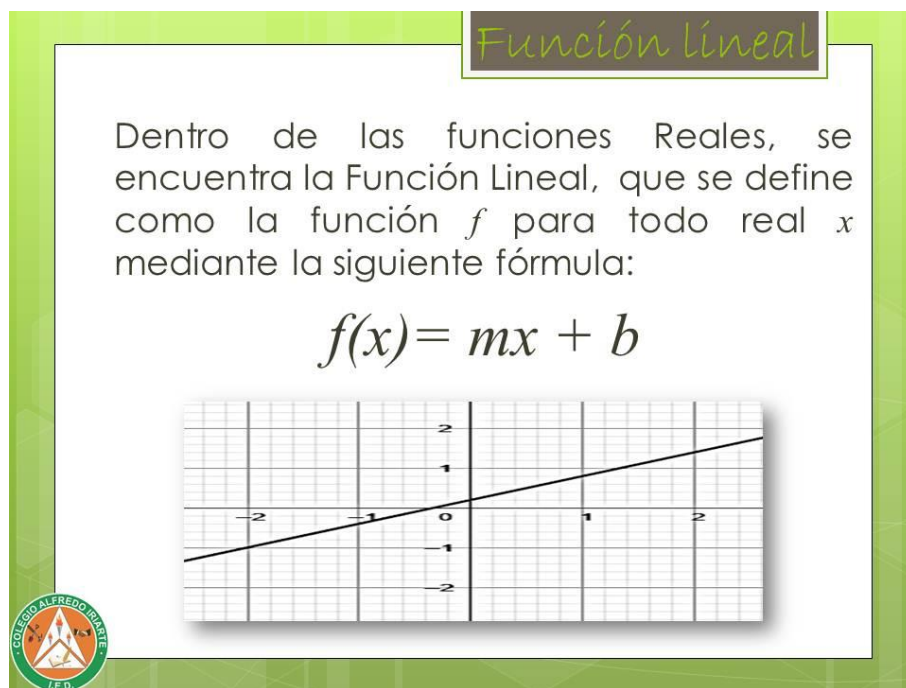



Imagen 48. Quinta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.



**Elementos**

### Elementos de la función lineal

Los elementos que componen una función lineal son:

- La pendiente:


$$f(x) = \mathbf{m}x + b$$

- El punto de corte:

$$f(x) = mx + \mathbf{b}$$

Imagen 49. Sexta diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

En esta sesión se hace énfasis en la pendiente



**Elementos**

### Pendiente:

La pendiente es la inclinación que puede tener cualquier recta respecto al eje  $X$ , se denota por la letra  **$m$** . Esta inclinación se puede hallar comparando las ubicaciones de dos puntos que pertenecen a la misma recta, ya que se puede definir la pendiente como:

$$m = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}}$$

Imagen 50. Séptima diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.



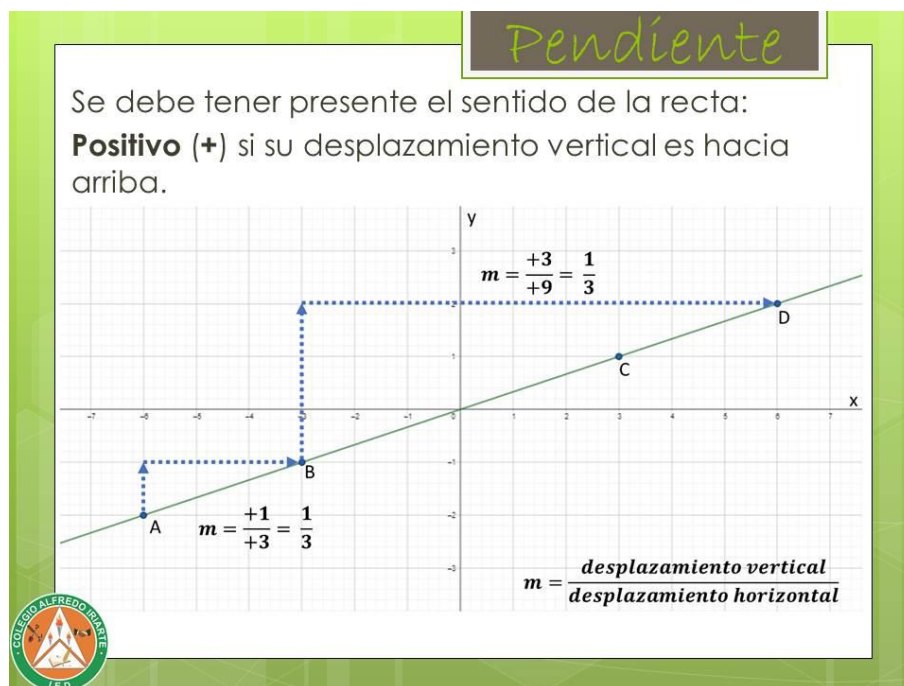


Imagen 51. Octava diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

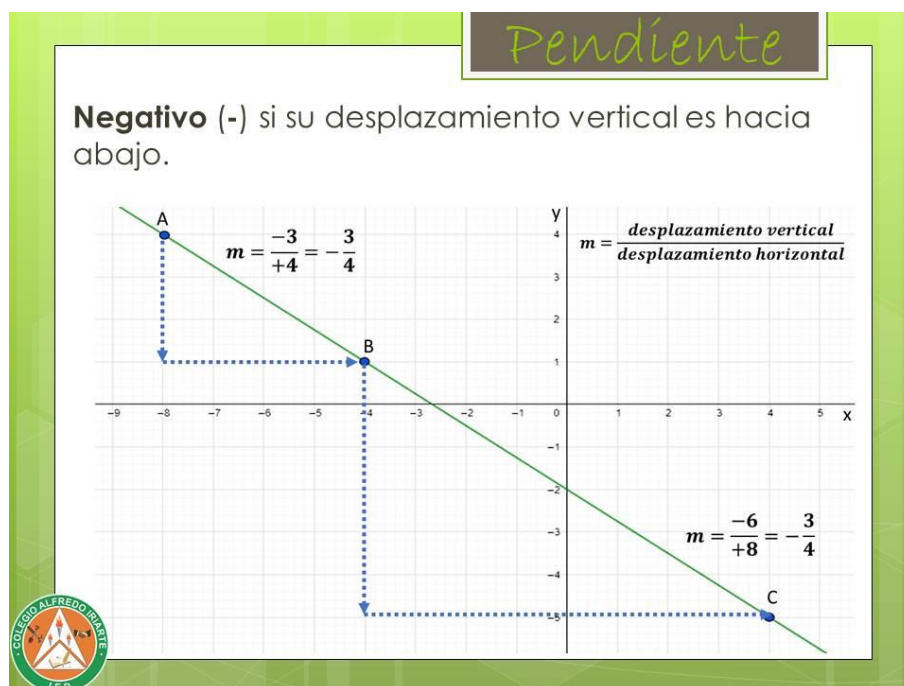


Imagen 52. Novena diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

## Pendiente

### Formula para hallar pendiente.

La pendiente es vista como la razón de cambio entre:

$$m = \frac{\text{diferencia entre ordenadas}}{\text{diferencia entre abscisas}}$$

Esta razón de cambio que se llama pendiente, y representa la inclinación de la recta, se define como:


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$


Imagen 53. Décima diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

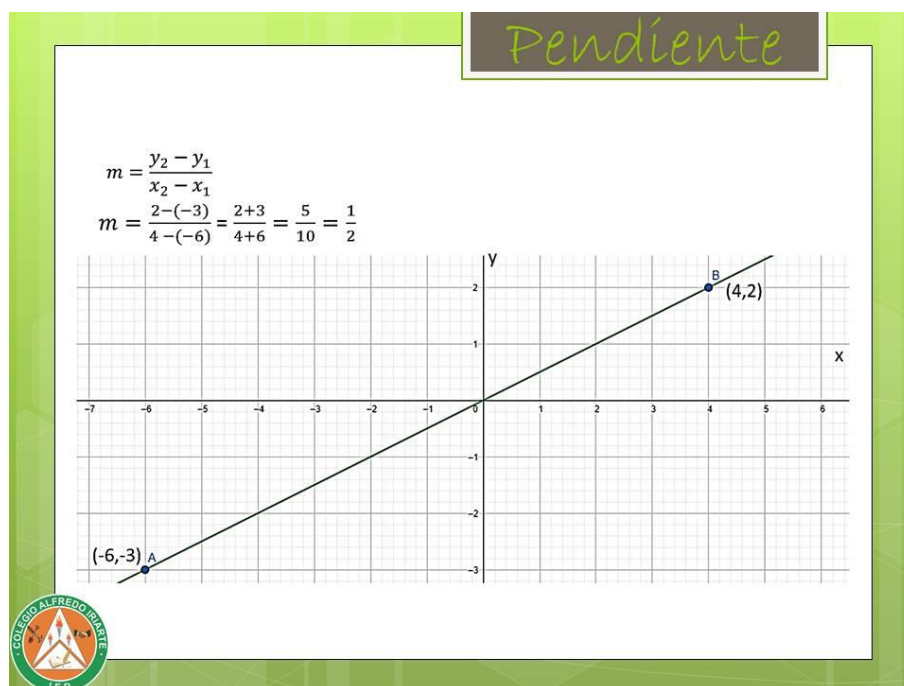


Imagen 54. Décima primera diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

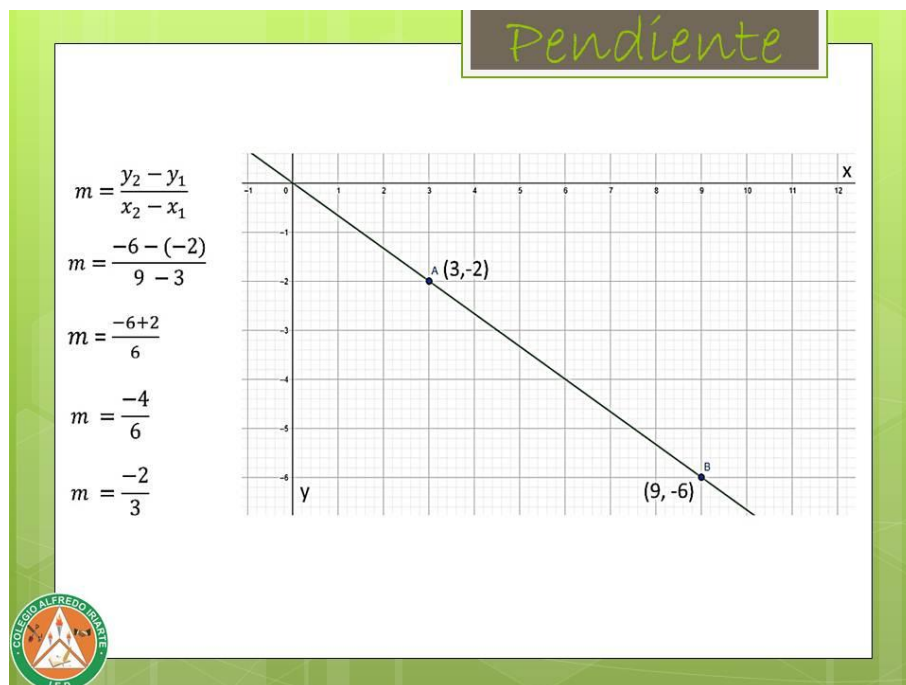


Imagen 55. Décima segunda diapositiva de la sesión 3. Elaboración propia.

### Momento 5

Actividad sobre la Pendiente de la recta

Tiempo: 40 minutos

Descripción: Este trabajo se desarrolla en parejas, la actividad consta de cuatro numerales.

1. Responda las dos preguntas en cada uno de los siguientes ejercicios y halle la pendiente del desplazamiento del balón.

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener el signo + o -)? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de acuerdo con la fórmula y teniendo en cuenta los signos de los desplazamientos. Luego, simplifique si es posible.

$$m = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}}$$

Ejercicio a:

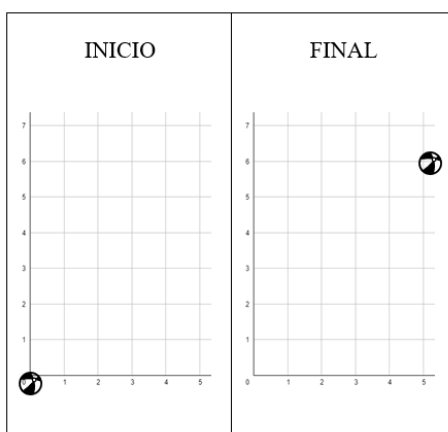


Imagen 56. Ejercicio a de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

Ejercicio b:

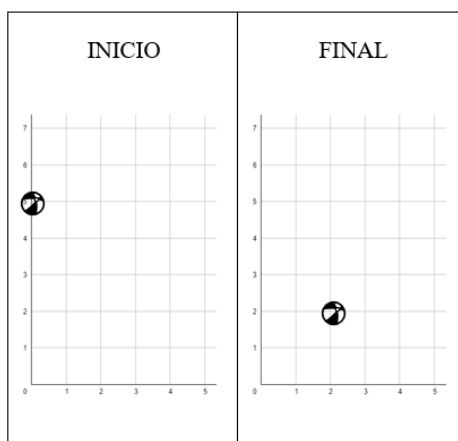


Imagen 57. Ejercicio b de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

Ejercicio c:

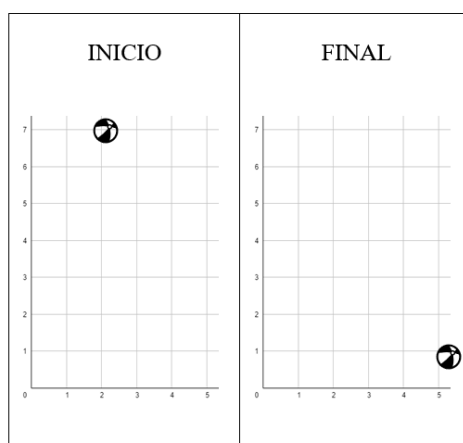


Imagen 58. Ejercicio c de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

Ejercicio d:

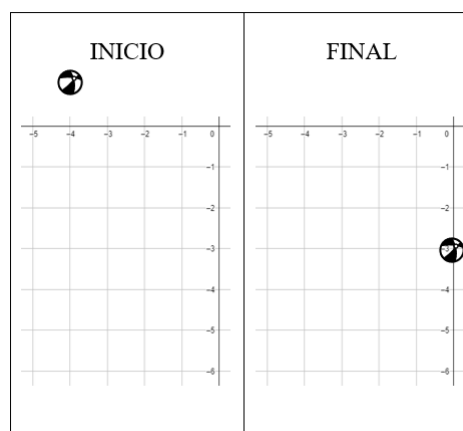


Imagen 59. Ejercicio d de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

Ejercicio e:

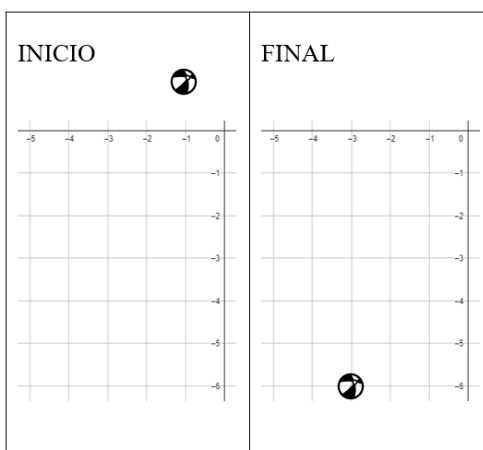


Imagen 60. Ejercicio e de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

Ejercicio f:

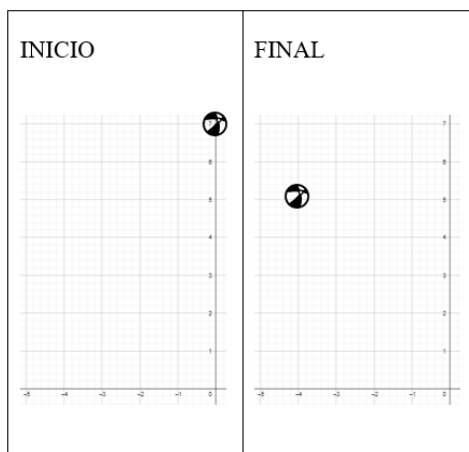


Imagen 61. Ejercicio f de primer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

2. Encontrar la pendiente de la respectiva escalera en cada situación:

## a. Escalera 1.

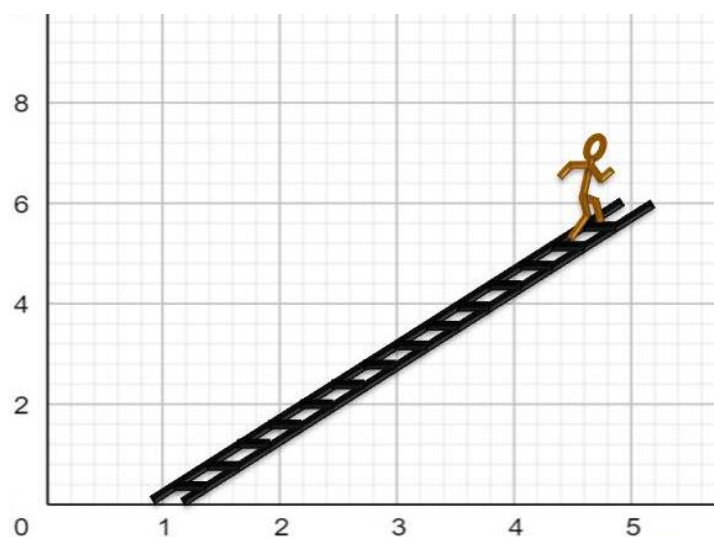


Imagen 62. Ejercicio a del segundo punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

## b. Escalera 2

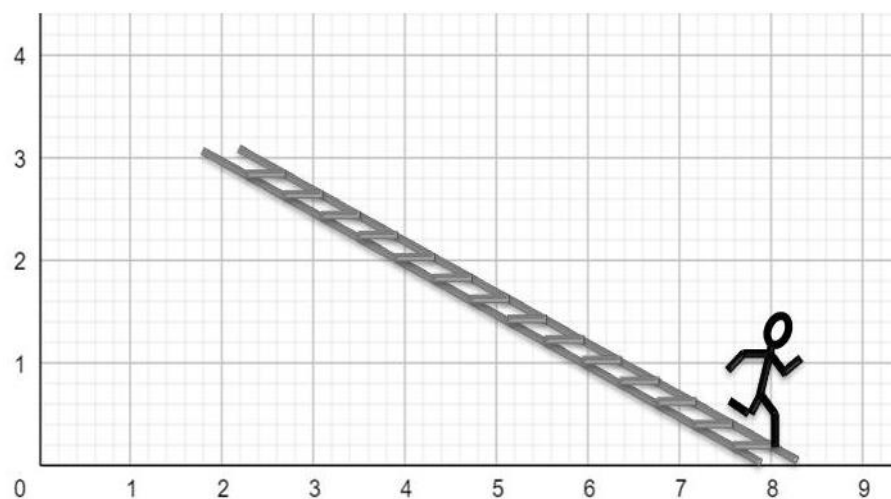


Imagen 63. Ejercicio b del segundo punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

3. Hallar la pendiente del desplazamiento de A hasta A' en cada caso.

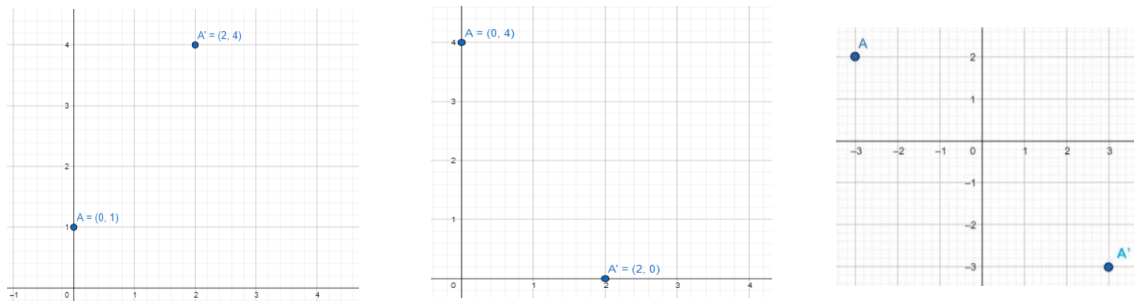


Imagen 64. Tercer punto de la guía de trabajo en clase de la sesión 3. Elaboración propia.

4. Teniendo en cuenta que la fórmula para hallar pendiente es:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Hallar la pendiente de las rectas que pasan por cada una de las siguientes parejas de puntos, utilizando la AM GeoGebra verifique los resultados.

- $(-8, 5); (-5, -3)$
- $(0, 5); (-5, -5)$
- $(-8, 8); (-5, -5)$
- $(-2, 3/4); (-2/3, -3)$
- $(8/5, 5/2); (-2/5, -2/4)$

Nota: Los estudiantes haciendo uso de la AM GeoGebra deberán ubicar cada par de puntos en el plano cartesiano, y verificar en la ventana algebraica si la pendiente que plantean es efectivamente la pendiente correcta de la recta



## Sesión 4

### Momento 1

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista.

### Momento 2

Introducción a la temática de Punto de Corte de la Recta

Tiempo: 30 minutos

Descripción:

Para introducir la temática de Punto de corte de la Recta, se realizarán dos actividades con los estudiantes: La primera consiste en trabajar en dos situaciones y realizar algunas acciones con ellas; la segunda será un trabajo con la AM GeoGebra.

#### Primera Parte: Situaciones

1. Juan alquila una lavadora por horas, debe pagar 2.000 pesos por el transporte y 2.100 pesos por cada hora que tenga la lavadora.
2. Pedro trabaja en un local donde vende forros de celulares, a Pedro le pagan 20.000 pesos fijos por día, adicional le pagan 1.000 pesos por cada forro que venda.

Para cada una de las situaciones deberá:

- Elaborar una tabla con los primeros cinco datos siguiendo el patrón establecido

- En un plano cartesiano en la AM GeoGebra, después de ajustar la relación entre los ejes, ubicar dos puntos (que corresponden a dos parejas cualesquiera de la tabla)
- Utilizando la herramienta “Recta”, trace una de ellas que pase por los dos puntos ubicados anteriormente.
- Verifique que los demás puntos (parejas ordenadas de la tabla) pertenezcan a la recta.
- Escriba la expresión algebraica que modela la situación

### Momento 2

Trabajo acerca del Punto de Corte visualizando con la AM GeoGebra

Tiempo: 30 minutos

Descripción: Con el fin de que los estudiantes observen de manera gráfica lo que implica la variación del punto de corte ( $b$ ), se realiza una construcción en la AM GeoGebra; el estudiante debe responder a algunas preguntas de acuerdo con lo observado en la construcción.

Para esta construcción el estudiante ingresa en la ventana algebraica la fórmula:  $x+b$ , automáticamente la AM GeoGebra vincula un deslizador denominado  $b$ . Los estudiantes deberán diligenciar un formato para responder lo observado en la construcción.

PUNTO DE CORTE DE LA FUNCIÓN LINEAL	
Nombre: _____	Curso: _____
<b>Haciendo la construcción en GeoGebra: “<math>x+b</math>”; Observe y responda:</b>	
¿Qué sucede cuando se da “play” al deslizador?	
_____	
_____	
¿En alguno valor de $b$ cambia la posición de la recta? _____	
<b>Marque la respuesta correcta:</b>	
¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto el punto de corte $b$ es $-5$ ( $b = -5$ )?	
Hacia arriba _____	Hacia Abajo _____
¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto el punto de corte $b$ es $+5$ ( $b = +5$ )?	
Hacia arriba _____	Hacia Abajo _____

Imagen 65. Guía punto de corte de la función lineal sesión 4. Elaboración propia.

### Momento 3

Socialización de la Actividad e introducción del Concepto de Punto de Corte de la Función Lineal

Tiempo: 15 minutos

Descripción: Se realizará la socialización de cada uno de los puntos trabajados, con el fin de concluir con los estudiantes dos aspectos:

- Todas las situaciones que fueron representadas gráficamente generan una recta que no siempre pasa por el origen del plano cartesiano.
- El número “b” coincide con el punto de corte de la recta con el eje y. Si b es positivo la función interseca al eje y encima de cero. Si b es negativo la función interseca al eje y por debajo de cero.

En este punto se explica la manera algebraica para encontrar el punto de intersección con los ejes (tanto eje x como y). Se explica que para encontrar el punto de corte con el eje Y (eje de ordenadas), solo basta con tabular la función cuando  $x = 0$ . Así el punto de intersección es (0, b). El punto de corte con el eje X (eje de abscisas) se halla reemplazando en la ecuación de la recta y por el valor de Cero. Se generaliza la forma general de la función lineal y sus elementos:  $y = mx + b$



Imagen 66. Primera diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

**Función lineal**

**Situaciones:**

- Juan alquila una lavadora por horas, debe pagar 2.000 pesos por el transporte y 2.100 pesos por cada hora que tenga la lavadora.
- Pedro trabaja en un local que vende forros de celulares, a Pedro le pagan 20.000 pesos fijos por día, adicional le pagan 1.000 pesos por cada forro que venda.




Imagen 67. Segunda diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

**Función lineal**

**Para cada una de las siguientes situaciones:**

- Elaborar una tabla con los primeros cinco datos siguiendo el patrón establecido.
- En un plano cartesiano en GeoGebra, después de ajustar la relación entre los ejes, ubicar dos puntos (que corresponden a dos parejas cualesquiera de la tabla).
- Utilizando la herramienta "Recta", Trace una de ellas que pase por los dos puntos ubicados anteriormente.
- Verifique que los demás puntos (parejas ordenadas de la tabla) pertenezcan a la recta.
- Escriba la expresión algebraica que modela la situación.





Imagen 68. Tercera diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.




**GeoGebra**

Utilizando GeoGebra, escriba en la ventana algebraica la siguiente expresión:

$$y = x + b$$

Teniendo en cuenta la construcción, responda las preguntas de la guía de acuerdo a lo observado.

Imagen 69. Cuarta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.



**GeoGebra**

**PUNTO DE CORTE DE LA FUNCIÓN LINEAL**

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Haciendo la construcción en GeoGebra: " $x+b$ "; Observe y responda:

¿Qué sucede cuando se da "play" al deslizador?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

¿En alguno valor de  $b$  cambia la posición de la recta? \_\_\_\_\_

**Marque la respuesta correcta:**

¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto de corte  $b$  es  $-5$  ( $b = -5$ )?  
 Hacia arriba \_\_\_\_\_ Hacia Abajo \_\_\_\_\_

¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto de corte  $b$  es  $+5$  ( $b = +5$ )?  
 Hacia arriba \_\_\_\_\_ Hacia Abajo \_\_\_\_\_

Imagen 70. Quinta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

Elementos

## Punto de corte

- El punto de corte es donde la recta interseca con el eje y, se denota con la letra **b**.
- Si **b** es positivo la función interseca al eje y encima de cero. Si **b** es negativo la función interseca al eje y por debajo de cero.




Imagen 71. Sexta diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

Punto de corte

- Para encontrar el punto de corte de la recta con el eje y (eje de ordenadas), se debe tabular la función cuando  **$x = 0$** . Así el punto de intersección es  **$(0, b)$** .
- El punto de corte con el eje x (eje de abscisas), se halla reemplazando en la ecuación de la recta y por el valor de Cero.




Imagen 72. Séptima diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

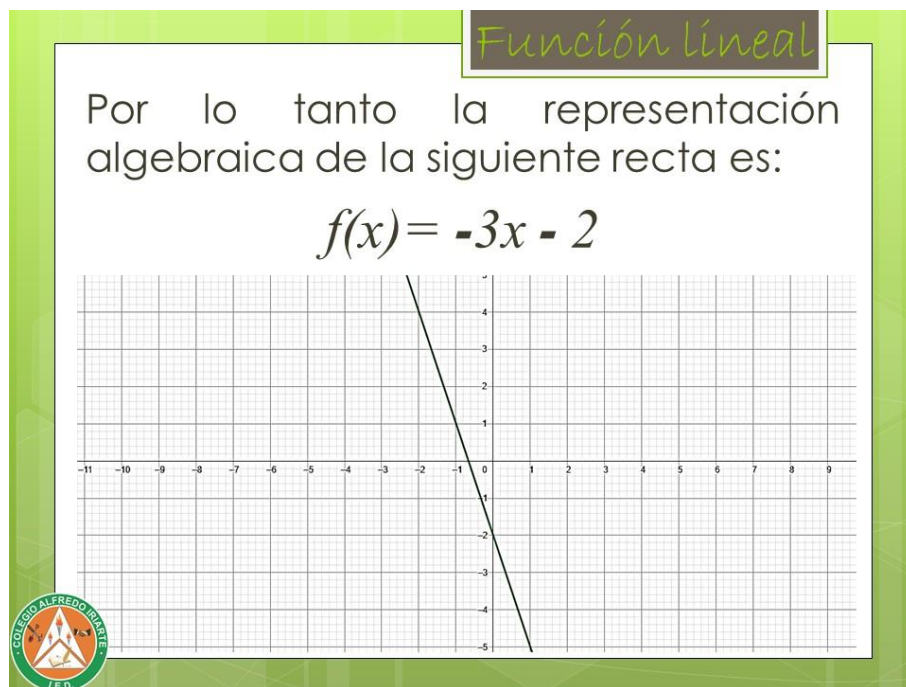


Imagen 73. Octava diapositiva de la sesión 4. Elaboración propia.

### **Bloque temático 3: Aplicaciones**

**Tiempo:** Dos sesiones de clase

**Objetivo Docente:** Proponer al estudiante situaciones para que sean modeladas por medio de función lineal.

**Objetivo Estudiante:** Modelar a través de la función lineal diferentes situaciones que se presentan.

### **Desarrollo del Bloque Temático 3**

#### **Sesión 5**

Modelación de situaciones a través de funciones lineales

### Momento 1

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista.

### Momento 2

Desarrollo de actividad sobre modelamiento de situaciones con funciones lineales

Tiempo: Cien minutos

Descripción: Se entrega una guía a los estudiantes (Anexo 12) con diferentes situaciones, para que teniendo en cuenta los elementos de la función lineal encuentren su representación algebraica.

### Momento 3

Explicación actividad extra-clase

Tiempo: 10 minutos

Descripción:

Se plantean dos actividades extra-clase:

La primera, enfocada en la noticia sobre la disminución de la reserva de Gas Natural en Colombia, por esta razón los estudiantes deben consultar las siguientes preguntas para la próxima clase:



- ¿Qué es el Gas Natural?
- ¿Cuál es su importancia para la vida cotidiana?

Y la segunda, traer el recibo del gas o una copia de su casa.

## **Sesión 6**

Modelación de situaciones a través de funciones lineales

### *Momento 1*

Saludo y llamado a lista

Tiempo: 5 minutos

Descripción: Se inicia la sesión de clase con un saludo a los estudiantes y el respectivo llamado a lista.

### *Momento 2*

Desarrollo de actividad sobre modelamiento de situaciones con funciones lineales

Tiempo: 90 minutos

Descripción: Para el cierre de la temática, se trabaja alrededor de la noticia sobre la disminución de la reserva de Gas Natural en Colombia. Inicialmente, se realiza una socialización de las dos preguntas planteadas en la actividad extra-clase:

- ¿Qué es el Gas Natural?
- ¿Cuál es su importancia para la vida cotidiana?

Después de socializar las respuestas a estas preguntas, se presenta el video: “<https://cutt.ly/iwsnh1c>”, donde se explica qué es el gas Natural, de donde proviene, la forma de extraer y transportar; esto para que los estudiantes conozcan las generalidades de este tipo de combustible.

Seguidamente, se presenta a los estudiantes una noticia por medio de video acerca de la problemática sobre la Reserva de Gas Natural en Colombia, titulado: “MinMinas dice que hay reservas de gas solo para nueve años”, publicado por noticias Caracol del 13 de mayo del presente año, con una duración de dos minutos con veintisiete segundos. La ministra de Minas María Fernanda Suárez afirma que de no encontrar yacimientos en los próximos años se tendría que importar gas a partir del 2022 para la región norte del país, lo cual implicaría recortes de gas y doblaría el precio.

Url: <https://cutt.ly/1wsnj1t>

La presentación de este video tiene como fin mostrar una realidad que ha sido noticia en los últimos días, que atañe a los colombianos y a través de la cual se puede ver la aplicación que tiene la temática de la función lineal.

Con base al video se pregunta a los estudiantes: ¿Cuál es la problemática que plantea la noticia?, se socializa respuestas.

Luego, los estudiantes conforman parejas y se le entrega a cada grupo información de este mismo tema, adaptando la noticia presentada por Redmas con fecha del 13 de mayo del 2019, con Url: <https://cutt.ly/4wsnxE5>.

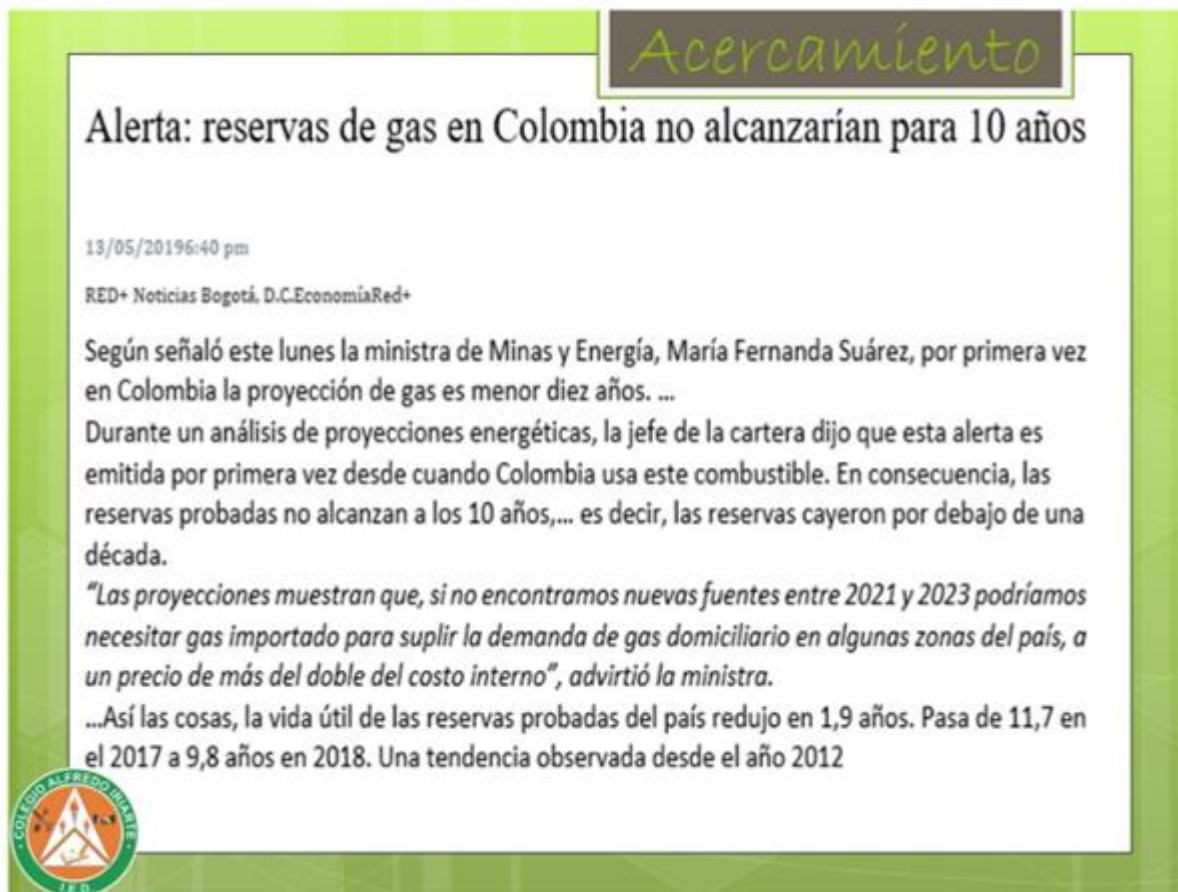


Imagen 74. Primera diapositiva de la sesión 6. Noticia tomada del periódico RED +. Bogotá. 13 de mayo del 2019.

Después de leer la información cada pareja contesta las siguientes preguntas y posteriormente se socializan.

- ¿Cuáles son las variables involucradas en la situación?
- Escriba los dos puntos del plano que representan la situación?
- Haciendo uso de la AM GeoGebra ubicar los puntos y trazar una línea a través de ellos. Escriba la expresión algebraica que se observa en la AM GeoGebra.
- Observando la gráfica: ¿En qué año se acaba la reserva de gas natural que tenemos actualmente?
- ¿Qué podemos hacer para ahorrar este recurso energético?

### Momento 4

Explicación actividad extra-clase

Tiempo: 5 minutos

Descripción:

Se les explica a los estudiantes la actividad extra-clase por medio de la siguiente diapositiva.

**Actividad**

1. Utilizando el recibo de gas de su vivienda, modele a través de una expresión algebraica el valor a pagar en función de los metros consumidos **para la próxima clase.**
2. Conociendo la problemática actual del País frente a las reservas de gas natural, La ministra de Minas y Energía María Fernanda Suarez propone el Fracking como una manera de solucionar este problema. Junto con sus padres investiguen sobre esta técnica de extracción de gas y envíen a través del WhatsApp una opinión al respecto de la solución propuesta por la ministra.




Imagen 75. Segunda diapositiva de la sesión 6. Elaboración propia.

### **Evaluación**

Finalizada la intervención se aplicará el postest (Ver Anexo 10) a los cuatro grupos: dos grupos control y dos grupos experimentales, esto con el fin de dar cuenta de los efectos que se tienen con el uso de la AM GeoGebra. Este postest consta de diez preguntas que indagan al igual

que el Pretest el manejo que tienen los estudiantes de la función lineal: sus características, componentes, gráficas y aplicaciones.

También se aplicará un test de actitud tipo Likert (Anexo 8), y se le solicitará escribir a los estudiantes un comentario acerca de su opinión frente a la AM GeoGebra y al uso de los dispositivos móviles (celulares o tabletas) en clase.

## 5. Resultados y Análisis

En este capítulo se exponen los resultados que arrojó la investigación sobre las experiencias y efectos del uso de la AM GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal a través de la implementación de una unidad didáctica con los estudiantes de undécimo grado del I.E.D Alfredo Iriarte Sede A «Chircales» en el año 2019. Se inicia relatando y analizando las experiencias de los estudiantes frente al manejo de dispositivos móviles y a la AM GeoGebra, luego se analizarán los resultados de las pruebas estandarizadas (Postest, Anexo 10).

Para relatar y analizar las experiencias de los estudiantes frente al manejo de dispositivos móviles en los procesos educativos en el aula de matemáticas y al uso de la AM GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal se utilizaron:

- Los resultados de un test de actitud tipo Likert (Anexo 8)
- Comentarios abiertos que los estudiantes hicieron acerca de la AM GeoGebra y del uso de dispositivos móviles.
- El Nivel de participación de los estudiantes en las actividades extra-clases haciendo uso del WhatsApp

En primer lugar, se presentan gráficos descriptivos univariados que corresponden a los resultados de cada pregunta que se hizo en el test de actitud; posteriormente las opiniones que, de manera abierta, formularon los estudiantes y finalmente se relacionan los niveles de cumplimiento de dos actividades extra-clases a través del WhatsApp.

Pregunta 1. Para mí es fácil usar GeoGebra

Tabla 24. *Respuesta a la primera pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	26	41,94 %
<b>Casi siempre</b>	19	30,64 %
<b>Normalmente</b>	11	17,74 %
<b>Algunas veces</b>	6	9,68 %
<b>Nunca</b>	0	0,0 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

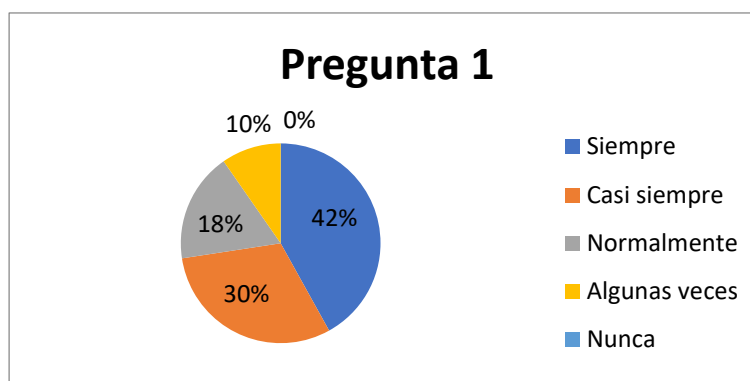


Imagen 76. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 1 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 2. Me gusta utilizar GeoGebra en clase de Cálculo

Tabla 25. *Respuesta a la segunda pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	25	40,32 %
<b>Casi siempre</b>	25	40,32 %
<b>Normalmente</b>	7	11,30 %
<b>Algunas veces</b>	4	6,45 %
<b>Nunca</b>	1	1,61 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

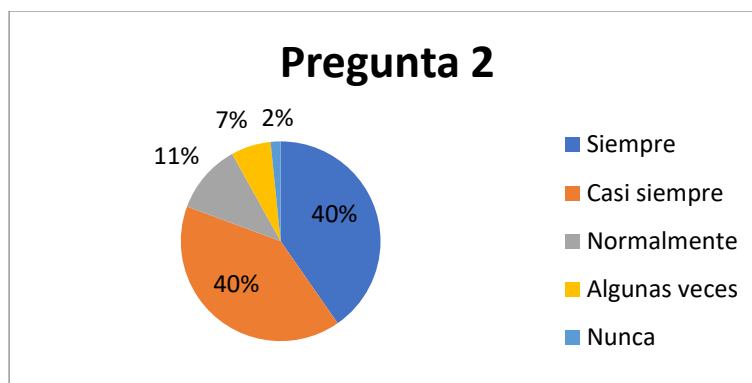


Imagen 77. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 2 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 3. Tener la aplicación GeoGebra en mi Celular o Tablet, me permite aprender en cualquier momento y cualquier lugar.

Tabla 26. *Respuestas a la tercera pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
Siempre	22	35,48 %
Casi siempre	25	40,32 %
Normalmente	9	14,52 %
Algunas veces	5	7,07 %
Nunca	1	1,61 %
Total	62	100 %

Elaboración Propia

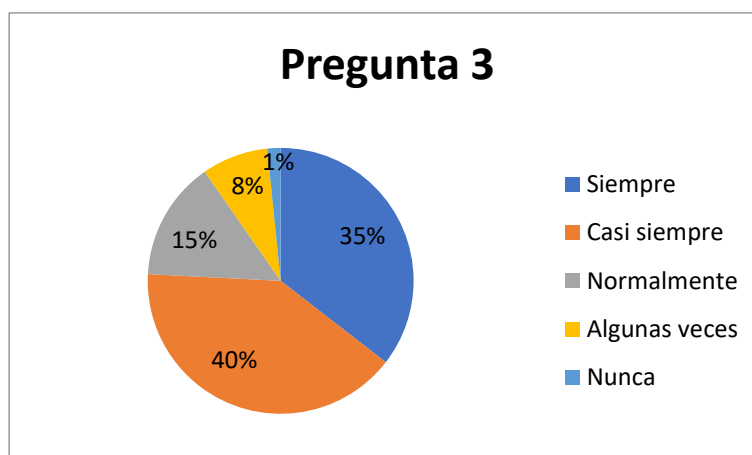


Imagen 78. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 3 del test de actitud. Elaboración propia.



Pregunta 4. GeoGebra me permite relacionar las diferentes representaciones de la función lineal

Tabla 27. *Respuestas a la cuarta pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	35	56,45 %
<b>Casi siempre</b>	16	25,81 %
<b>Normalmente</b>	6	9,68 %
<b>Algunas veces</b>	4	6,45 %
<b>Nunca</b>	1	1,61 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

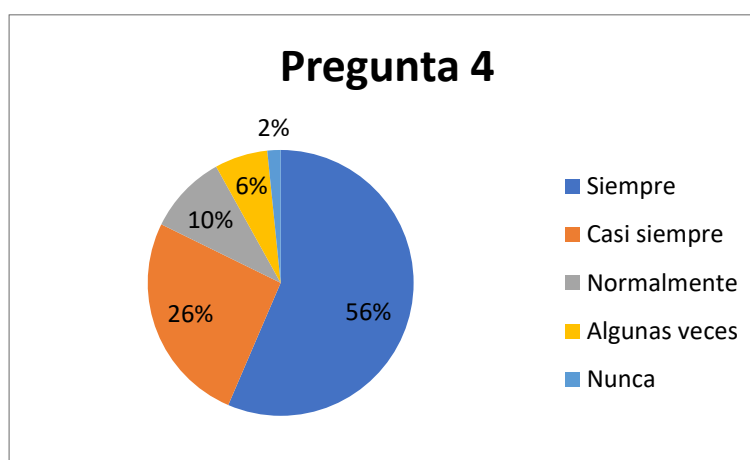


Imagen 79. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 4 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 5. GeoGebra me ayuda a aprender conceptos matemáticos

Tabla 28. *Respuestas a la quinta pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	21	33,87 %
<b>Casi siempre</b>	28	45,16 %
<b>Normalmente</b>	9	14,52 %
<b>Algunas veces</b>	4	6,45 %
<b>Nunca</b>	0	0 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

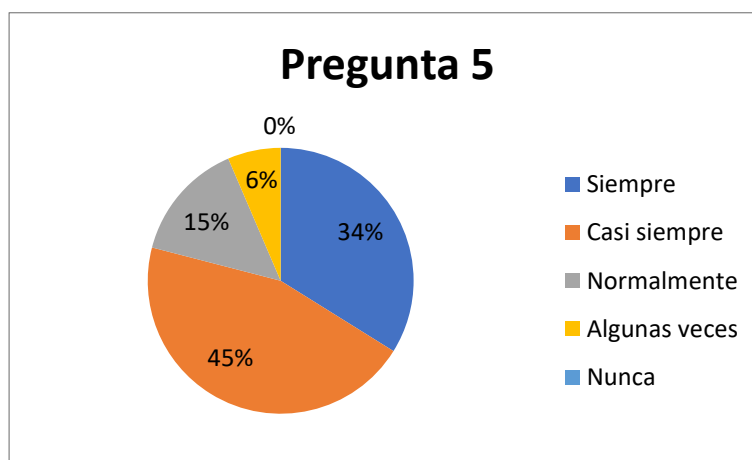


Imagen 80. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 5 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 6. Me gusta que se use el celular o la tablet en las clases de Cálculo

Tabla 29. *Respuestas a la sexta pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	33	53,22 %
<b>Casi siempre</b>	15	24,20 %
<b>Normalmente</b>	11	17,74 %
<b>Algunas veces</b>	2	3,23 %
<b>Nunca</b>	1	1,61 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

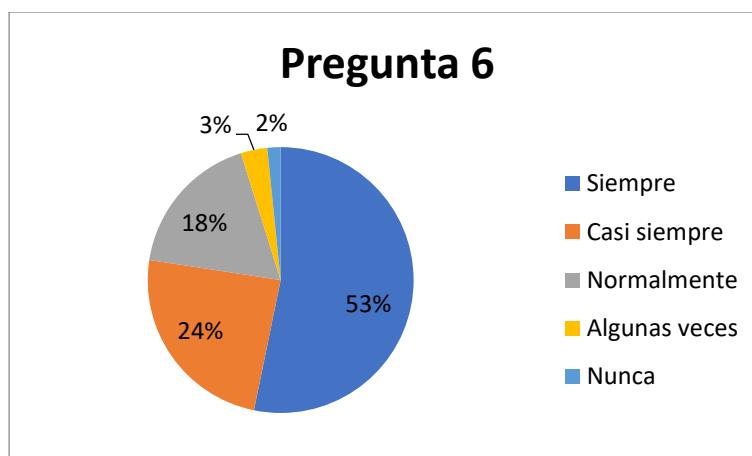


Imagen 81. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 6 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 7. Al utilizar celular o tablet mejoro mi comprensión de los temas en Cálculo

Tabla 30. *Respuestas a la séptimo pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	18	29,03 %
<b>Casi siempre</b>	26	41,94 %
<b>Normalmente</b>	14	22,58 %
<b>Algunas veces</b>	4	6,45 %
<b>Nunca</b>	0	0,0 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

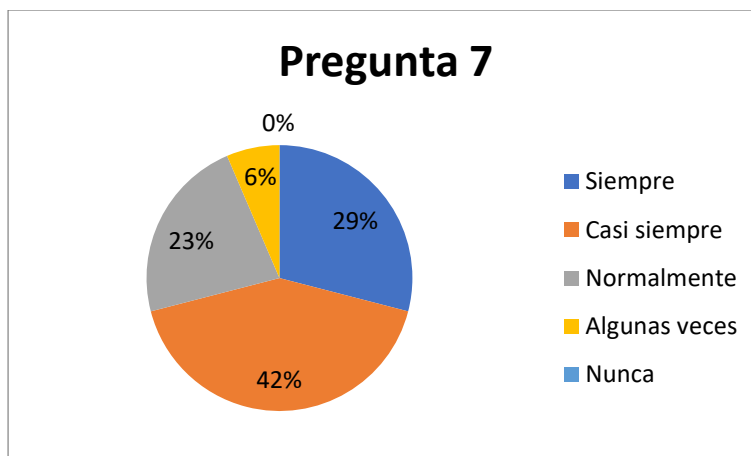


Imagen 82. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 7 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 8. Las aplicaciones que se descargan en el celular o tablet contribuye a mejorar mi desempeño académico

Tabla 31. *Respuestas a la octava pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
Siempre	18	29,03 %
Casi siempre	27	43,55 %
Normalmente	8	12,90 %
Algunas veces	6	9,68 %
Nunca	3	4,84 %
Total	62	100 %

Elaboración Propia

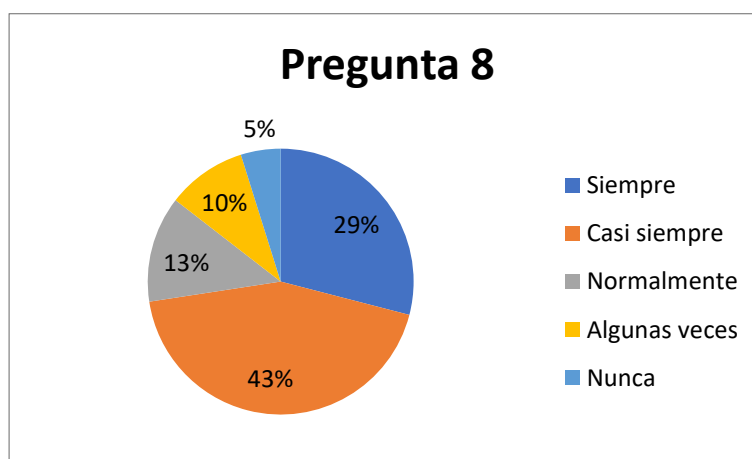


Imagen 83. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 8 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 9. Es importante el uso del celular o tablet en las clases

Tabla 32. *Respuestas a la novena pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	11	17,74 %
<b>Casi siempre</b>	26	41,94 %
<b>Normalmente</b>	13	20,97 %
<b>Algunas veces</b>	12	19,35 %
<b>Nunca</b>	0	0,0 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

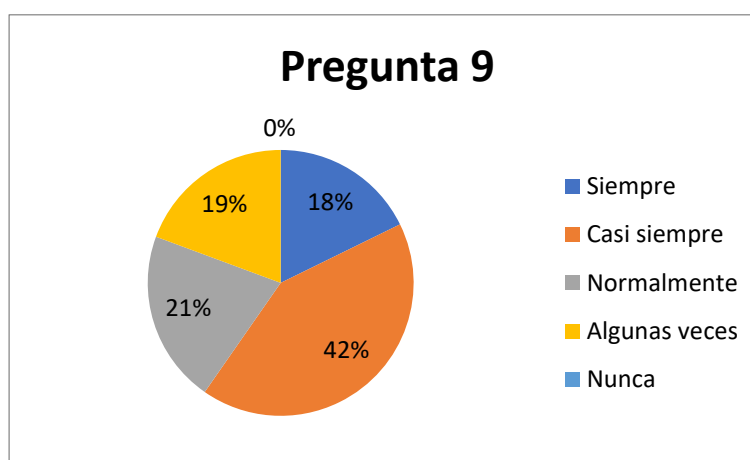


Imagen 84. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 9 del test de actitud. Elaboración propia.

Pregunta 10. Me siento motivado a trabajar y participar en las clases de Cálculo cuando utilizo el celular o la Tablet

Tabla 33. *Respuestas a la décima pregunta del test de actitud*

	Estudiantes	Porcentaje
<b>Siempre</b>	24	38,71 %
<b>Casi siempre</b>	22	35,48 %
<b>Normalmente</b>	9	14,52 %
<b>Algunas veces</b>	6	9,68 %
<b>Nunca</b>	1	1,61 %
<b>Total</b>	62	100 %

Elaboración Propia

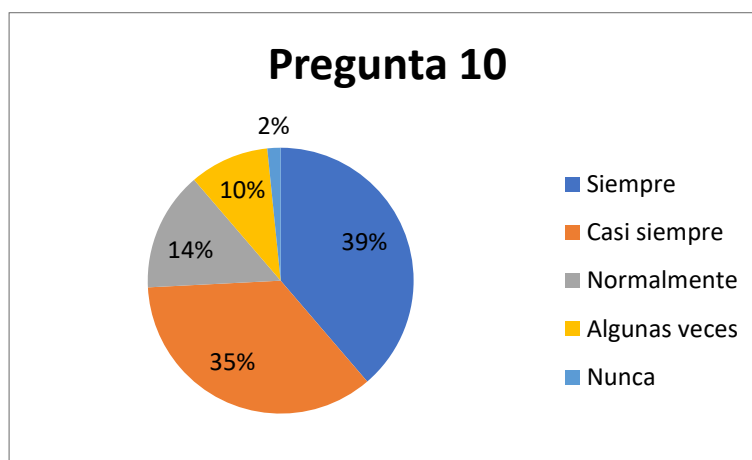
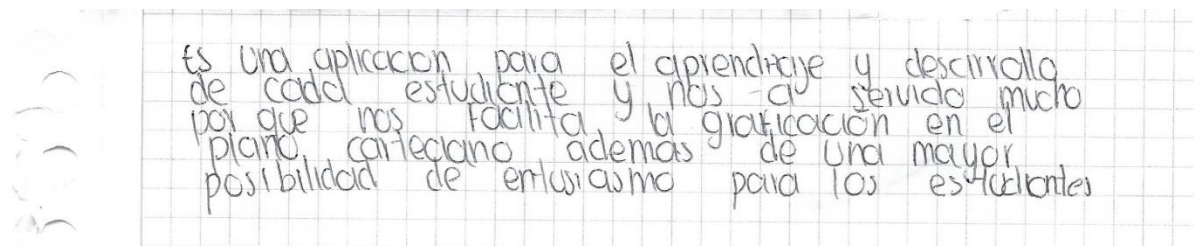


Imagen 85. Diagrama circular de las respuestas a la pregunta 10 del test de actitud. Elaboración propia.

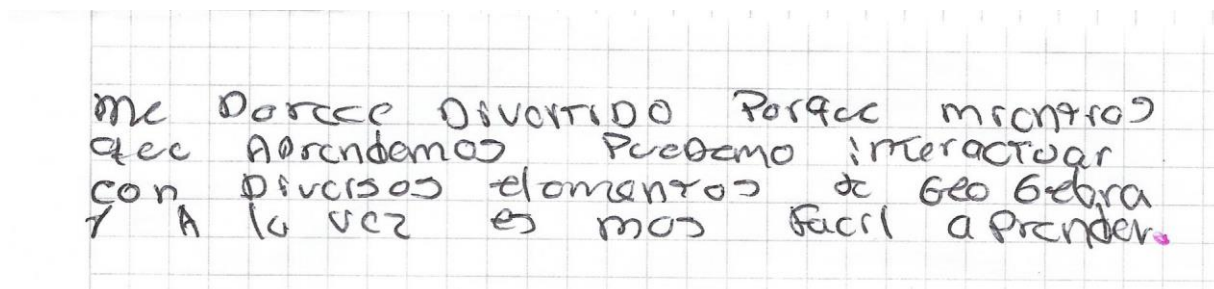
De los comentarios de los estudiantes acerca de su opinión frente a la AM GeoGebra y al uso de los dispositivos móviles (celulares o tabletas) en clase, se encontraron que algunos estudiantes lo realizaron de forma escrita (en papel), otros desde un formulario Google o desde el WhatsApp..

De los comentarios que hicieron en forma escrita los estudiantes (en papel), destacamos los siguientes:



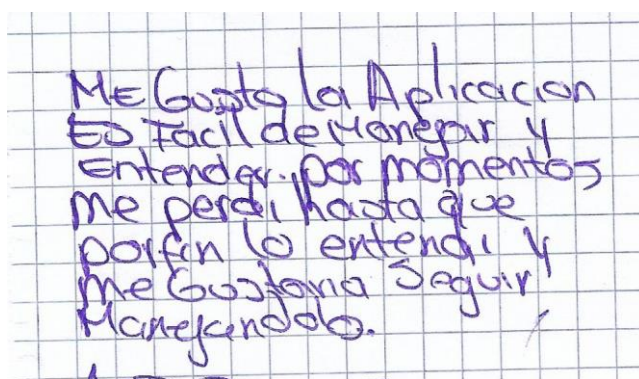
es una aplicacion para el aprendizaje y desarrollo de cada estudiante y nos ha servido mucho por que nos facilita y la gratificación en el plano carteciano ademas de una mayor posibilidad de entusiasmo para los estudiantes

Imagen 86. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.



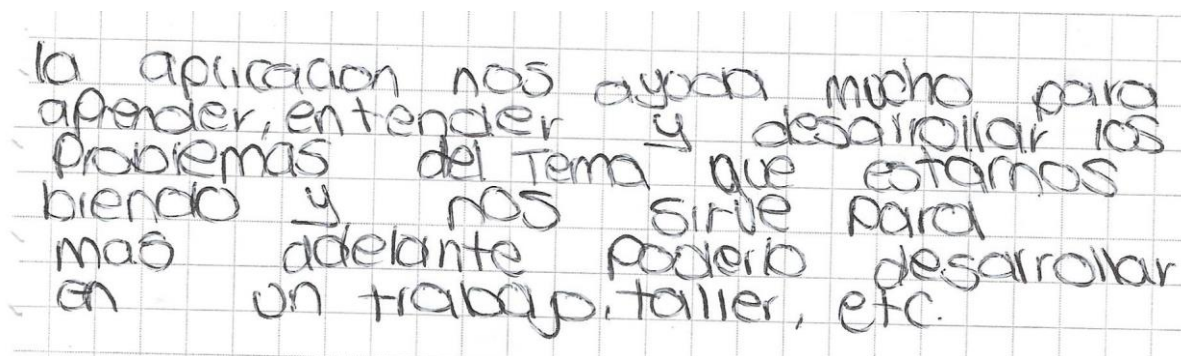
me parece divertido porque mientras que aprendemos podemos interactuar con diversos elementos de GeoGebra y a la vez es mas facil aprender.

Imagen 87. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.



Me Gusta la Aplicacion Es Facil de Manejar y entender. por momentos me perdi hasta que por fin lo entendi y me gustaria seguir Manejandolo.

Imagen 88. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.



la aplicacion nos ayuda mucho para aprender, entender y desarrollar los problemas del Tema que estamos viendo y nos sirve para mas adelante poder desarrollar en un trabajo, taller, etc.

Imagen 89. Comentario escrito por un estudiante frente a la aplicación GeoGebra.



Fue interesante porque la clase fue mucho mas dinamica y utilizamos el celular de una manera educativa, ademas la aplicacion es bastante completa así que facilita el manejo de utilizar las graficas.

Imagen 90. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.

Geogebra nos parece una app muy util para la facilidad de aprendizaje, Podemos ubicar Graficas y identificar varias raices de una función.  
Es facil de utilizar y muy activa para la clase de matematicas.

Los Ayuda a entender el tema para facilitar el entendimiento y comprencion con la función muy favorita para los estudiantes para que la comprencion sea mas facil.

Imagen 91. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.

Tome una explicación y una manera clara para poder manejar la aplicación, es sencilla para usarse y hacer los ejercicios correspondientes.  
Es facil al desarrollar algunas o basicamente todas las actividades trabajadas en clase o incluso en casa.  
Esta siendo una técnica diferente para el aprendizaje y muy comprensible.

Imagen 92. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.

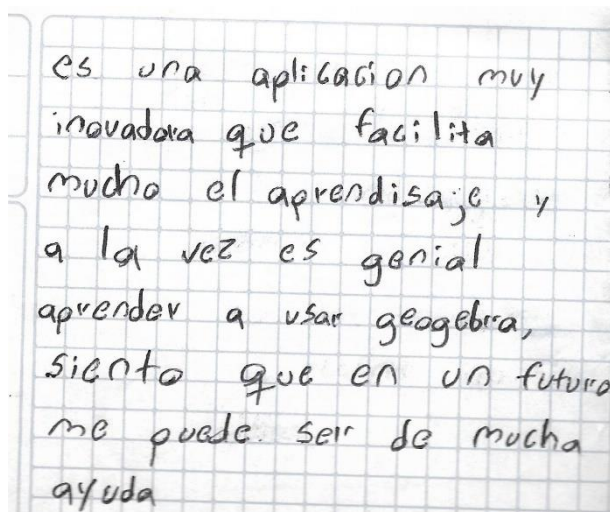


Imagen 93. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.

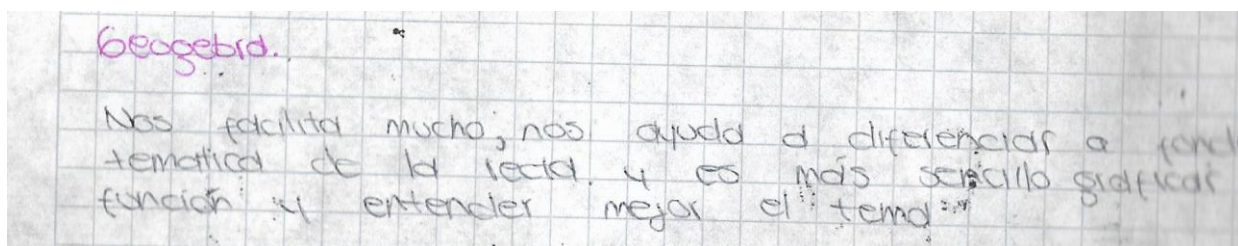


Imagen 94. Comentario escrito por un estudiante frente a la AM GeoGebra.

Los resultados presentados aquí, confirman los datos arrojados en diferentes investigaciones donde el aprendizaje móvil además de mejorar su logro de aprendizaje promueve el interés y la actitud de aprendizaje de los estudiantes (Hwang & Chang, 2011). Encontramos a Domingo y Garganté (2016) quienes afirmaron que gracias a la tecnología móvil los estudiantes tienen herramientas para producir su propia aprendizaje, además al desarrollar habilidades informativas tienen mayor éxito en el proceso de aprendizaje; esta misma percepción la tienen los estudiantes de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte y se evidencia en los resultados de la pregunta cuatro donde un 82,26% de ellos perciben que Siempre o Casi siempre la AM GeoGebra le permite relacionar diferentes representaciones de una función lineal, también en la pregunta cinco un 79,03% de los estudiantes consideran que Siempre o Casi Siempre la AM GeoGebra les

permite comprender conceptos matemáticos y en este mismo sentido en la pregunta siete un 70,97% de los estudiantes consideran que la utilización de dispositivos móviles mejora la comprensión de los temas de cálculo; esto nos lleva a afirmar que los estudiantes perciben que con el aprendizaje móvil tienen herramientas para elaborar su propio aprendizaje.

Los resultados también arrojan una concordancia con lo planteado por Cook, Pachler y Bachmair (2010), Al-Emran et al. (2016) y Yeap, Ramayah y Soto (2016), cuando afirman que los dispositivos móviles proporcionan apoyo y son motivadores para los estudiantes; así como se evidencian en las preguntas 6 y 10, respectivamente, donde un 77,42% y 74,19% de los estudiantes responden que les gusta que se utilicen dispositivos móviles en clase y se sienten motivados a trabajar y participar cuando se utilizan éstos. También concuerdan con Wassie y Zergaw (2019), quienes afirman que la AM GeoGebra es una herramienta que fomenta el interés de los estudiantes, y se evidencia en las respuestas abiertas de los estudiantes cuando afirman: “*nos da un mejor apoyo y entendimiento de los temas*”; “*Me pareció placentera y una nueva forma de aprendizaje*”; “*Me pareció muy interesante ya que es una forma diferente de aprender y es más fácil y práctico*”; “*Me pareció interesante ya que fue algo muy distinto y práctico para las clases*”; “*Interesante, ya que empleamos nuevas formas de estudio para un mejor aprendizaje y entendimiento tanto el tema como de la aplicación*”; “*Mejor que cualquier otra dinámica educativa.*”; “*Es una mejor manera de generar interés en nosotros en cuanto a la utilización de recursos tecnológicos para fines académicos*”

En las respuestas obtenidas a la pregunta 8, un 72,5% de los estudiantes consideran que siempre o casi siempre las aplicaciones que se descargan en los dispositivos móviles contribuyen a mejorar el desempeño académico, lo cual confirma el planteamiento de Briz-Ponce, Pereira,

Carvalho, Juanes-Méndez y García-Peñalvo (2017) quienes afirmaron que los estudiantes perciben el aprendizaje móvil y el uso de aplicaciones como algo positivo.

Frente a la facilidad de usar la AM GeoGebra (Pregunta 1), se encontró que los estudiantes en un 72,58% consideran que es fácil de usarla. Además, un 79,09 % creen que les ayuda en la comprensión de los conceptos matemáticos (pregunta 5).

Esta investigación también valida los comentarios de Al-Emran, Elsherif y Shaalan (2016), cuando afirman que el m-learning ha ganado popularidad, por ser un estilo más flexible y cómodo para realizar tareas cotidianas, ya que al pedir la opinión de los estudiantes, sus respuestas fueron entre otras:

- *“Increíble, ya que nos permitió entender de manera más fácil la temática y la facilitación a la hora de realizar las actividades”;*
- *“Me pareció muy interesante ya que es una forma diferente de aprender y es más fácil y práctico”;*
- *“fue algo muy distinto y práctico para las clases”;*
- *“es un método muy satisfactorio”;*
- *“fue interesante porque la clase fue mucho más dinámica y utilizamos el celular de una manera educativa”*

Afirmaciones que corroboran el impacto positivo que tiene el aprendizaje móvil en las clases, no solo por la facilidad de la aplicación, sino también por el gusto que sienten los estudiantes al utilizar la AM GeoGebra, actitudes que también son evidenciadas en las respuestas de las preguntas 2 y 6, donde un 80,64 % de los estudiantes afirma que siempre o casi siempre les

gusta utilizar la AM GeoGebra en las clases de Cálculo y un 77,42% les gusta que se usen dispositivos móviles en las clases de cálculo.

También se evidenció el cambio de actitud en los estudiantes al usar los dispositivos móviles en clase de matemáticas, ya que anteriormente se tenía un promedio de participación en actividades extra-clase de 67% el cual se incrementó en un 22%; teniendo así un promedio de participación en este tipo de actividades del 89%; lo cual corrobora que el manejo de aplicaciones motiva al estudiante a interactuar dentro y fuera del aula de clases; esto concuerda con el planteamiento de Elfeky y Yakoub Masadeh (2016), quien afirma que el aprendizaje móvil transforma a los estudiantes en aprendices activos, involucrándolos en sus tareas de aprendizaje.

También, en este análisis de resultados se tiene en cuenta el alcance que tuvieron los estudiantes al hacer uso de la AM GeoGebra en el desarrollo de los instrumentos de seguimiento (Anexo 6, 7 y guía de sesión 6). En primer lugar, el uso de los deslizadores para el desarrollo de la guía de seguimiento sobre pendiente de la recta (que corresponde el anexo 6), permitió a los estudiantes relacionar esta constante  $m$  con el grado de inclinación y con el comportamiento de crecimiento o decrecimiento de una recta, deduciendo que la recta crecía si  $m > 0$  y decrecía cuando  $m < 0$ . Además, con el deslizador en rango positivo observaron y dedujeron que a mayor pendiente mayor inclinación de la recta respecto al eje  $x$ .

De igual manera respecto al desarrollo del segundo instrumento de seguimiento (correspondiente al anexo 7), fue crucial el uso de la AM GeoGebra ya que les permitía ahorrar tiempo a los estudiantes y hacer simultáneamente muchas gráficas ó hacer cambios a una recta por medio del deslizador; además, les permitió relacionar la constante  $b$  de la representación algebraica

en la fórmula general de la función lineal ( $f(x)=mx+b$ ), con un lugar geométrico en el plano cartesiano, y que coincidía con el punto de corte del eje y.

Y respecto a la sesión 6, los estudiantes identificaron las variables involucradas en la situación y la modelaron, con ayuda de AM GeoGebra graficaron la función que modelaba el comportamiento de las reservas del gas natural y así podían concluir de manera acertada sobre la proyección de este recurso natural, además la gráfica les permitía interpretar de una mejor manera la situación y dar una respuesta adecuada y contextualizada. Parte de los resultados de los instrumentos de seguimiento de la presente investigación concuerdan con los resultados de Benitez (2016) y Vimolan (2019), quienes concluyeron que la AM GeoGebra permite a los estudiantes asociar las representaciones gráficas con las representaciones algebraicas.

Finalmente, para analizar los efectos de la intervención haciendo uso de la AM GeoGebra, se realizan las correspondientes pruebas estadísticas a los resultados de los Postest obtenidos por los cuatro grupos: dos experimentales y dos control (Ver anexo 11, donde se encuentran de manera detallada los resultados por grupos del postest presentado luego de la intervención), de acuerdo con la metodología presentada en el Capítulo 4, sección 4.1. Se aclara que el Postest no fue presentado por los 136 estudiantes iniciales que se relacionaron en la muestra (sección 4.1.4), por diferentes motivos, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 34. *Número de estudiantes que presentaron Postest*

Grupo	Número inicial de la muestra	Estudiantes que presentaron El Postest	Motivos de no presentar Postest
GE <sub>1</sub>	33	32	1 retirado
GE <sub>2</sub>	33	30	3 no asistieron
GC <sub>1</sub>	35	30	2 retirados, 3 no asistieron
GC <sub>2</sub>	35	33	2 no asistieron

Fuente: Elaboración Propia

Para iniciar el análisis estadístico, se relacionan los promedios de las respuestas correctas en las pruebas estandarizadas de los cuatro grupos:

Tabla 35. *Promedios de Respuestas Correctas Pretest y Post- Test*

	Grupo Experimental I (GE <sub>1</sub> )	Grupo Experimental II (GE <sub>2</sub> )	Grupo Control I (GC <sub>1</sub> )	Grupo Control II (GC <sub>2</sub> )
Pretest	27,14%	No se aplicó	33,437%	No se aplicó
Postest	59,375%	55,6%	37,33%	43,636%

Fuente: Elaboración Propia

Los grupos control obtuvieron en las pruebas postest un promedio de 40,48% de rendimiento, mientras que los grupos experimentales obtuvieron un rendimiento de 57,49%; lo que representa que los grupos experimentales tuvieron un rendimiento mayor en un 17%. También se observa que la mejoría en las pruebas estandarizadas por parte del Grupo Control 1 no fue

significativa, ya que en el pretest obtuvieron un promedio de 33,4% de rendimiento, en el posttest aumentaron a sólo un 37,33%.

Con los resultados obtenidos y haciendo uso del programa R (software libre de estadística), se procede a realizar el análisis estadístico y gráfico, mediante una ANOVA de dos vías y así obtener una evidencia estadística significativa de los efectos del pretest y de la intervención sobre los resultados obtenidos en el posttest.

En la tabla 13 se presentan los principales estadísticos descriptivos de los resultados obtenidos en la prueba estandarizada (posttest), aplicada a los cuatro grupos.

Tabla 36. *Principales estadísticos descriptivos resultados Posttest*

<b>Grupo</b>	<b>Mín</b>	<b>1Qu.</b>	<b>Media</b>	<b>Mediana</b>	<b>3Qu.</b>	<b>Máx</b>	<b>Des.Est</b>
<b>GE<sub>1</sub></b>	1,000	2,500	2,969	3,000	3,500	4,500	1,023415
<b>GC<sub>1</sub></b>	0,500	1,500	1,867	1,750	2,500	3,000	0,706293
<b>GE<sub>2</sub></b>	1,000	2,000	2,75	2,750	3,500	4,500	0,907345
<b>GC<sub>2</sub></b>	0,500	1,500	2,182	2,000	2,750	4,000	0,8733751

Fuente: Elaboración Propia



De aquí se observan los siguientes datos:

- El valor mínimo más alto corresponde a los dos grupos experimentales.
- El valor máximo más alto corresponde a los dos grupos experimentales.
- En ningún grupo se obtiene la máxima calificación.
- El Grupo Control 1 tiene la desviación estándar más baja
- Los grupos experimentales obtuvieron mejores resultados frente a los grupos control

En la figura 1 se presenta la distribución de las calificaciones que obtuvieron los cuatro grupos en el posttest. Se puede apreciar que el grupo experimental 1 (GE1), al cual se le hizo pretest y además fue intervenido haciendo uso de la AM GeoGebra, presenta un mejor desempeño sobre los demás grupos. Sin embargo, el rendimiento del Grupo Experimental 2 (no se aplicó pretest), pero que de igual manera estuvo intervenido, también presenta un desempeño más alto sobre los dos grupos control.

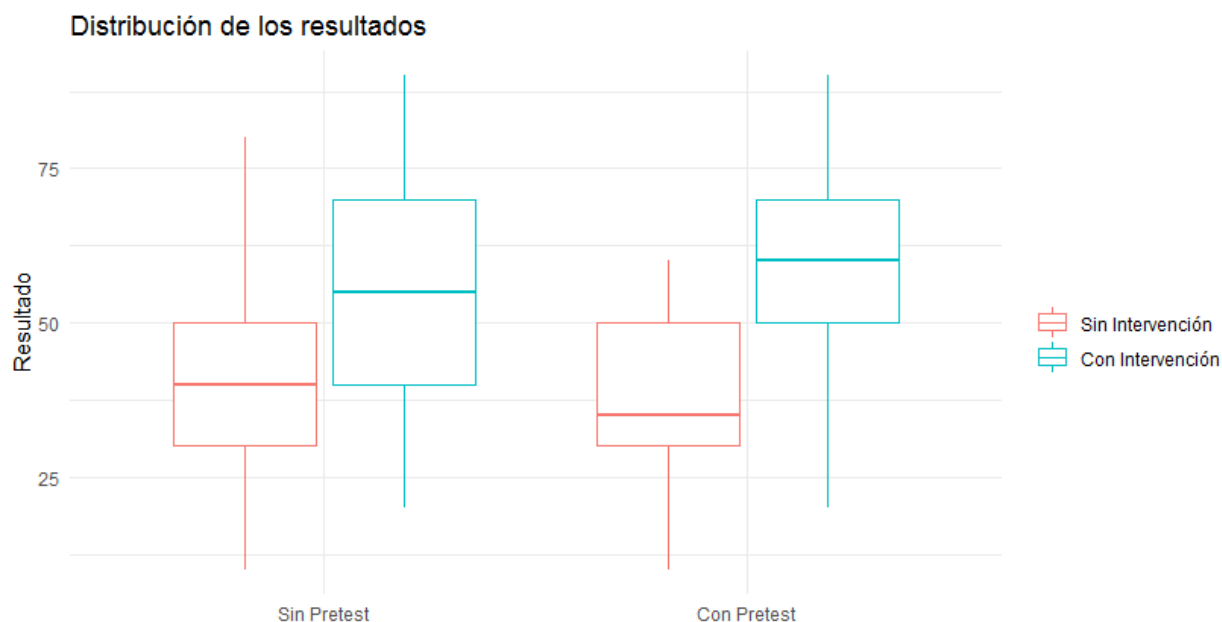
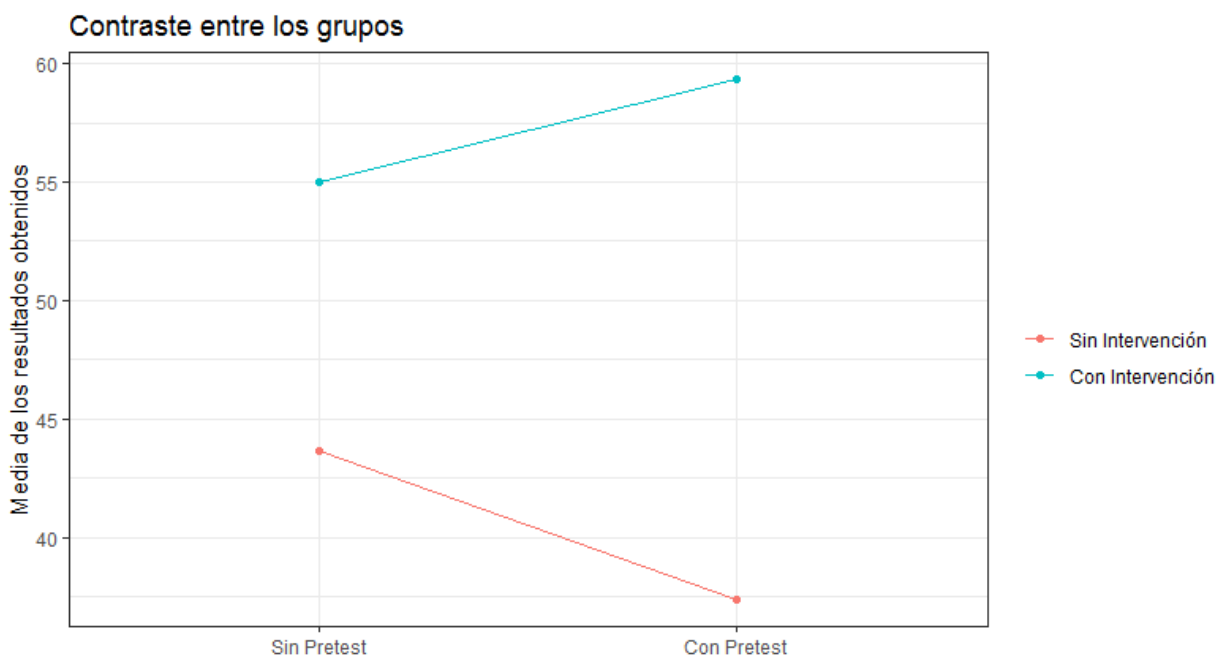


Imagen 95. Distribución de Resultados de los cuatro grupos

También en la figura 1 se puede observar que los intercuartílicos (que representan un 50% de los estudiantes) de los grupos intervenidos, se encuentran por encima de los grupos control, a los cuales no se les realizó la intervención mediada por el aprendizaje móvil.

De la misma manera en la imagen 96 se ilustra los comportamientos medios que obtuvieron los cuatro grupos, y da cuenta claramente del alto impacto que tuvo la intervención en los resultados dados en el posttest.



*Imagen 96. Media de Resultados de los cuatro grupos*

Teniendo las bases descriptivas, se procede a realizar el análisis inferencial de los datos haciendo uso del Software estadístico R. Este análisis tendrá en cuenta que el nivel de significancia se fija en el 5%; es decir, 0,05 y la siguiente hipótesis nula:

$H_0$ : el uso de la aplicación móviles “Calculadora Gráfica” de GeoGebra no influye de manera positiva en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de Undécimo Grado del Colegio Alfredo Iriarte Jornada Única.

En la tabla 37 se presentan los resultados del modelo ANOVA de dos vías con interacción para verificar el efecto de las dos variables que se consideran en el presente estudio como son el Pretest y la Intervención, en los resultados obtenidos del Postest.

Tabla 37. *Reporte ANOVA con interacciones*

	Estimate Std	Error	F Value	Pr(>F)
(Intercepto)	62836	1	199,6230	< 2 e -16
Pretest	624	1	1,9833	0,16161
Intervención	2029	1	6,4466	0,01238
Pretest: Intervención	889	1	2,8251	0,09538
Residuales	38088	121		

Fuente: Programa R estadística.

En el reporte se evidencia de manera estadística que el pretest con  $0,16161 > 0,05$  (nivel de significancia) no influye en los resultados obtenidos en el postest; en cambio la intervención con un valor de  $0,01238 < 0,05$  evidencia de manera estadística la influencia en los resultados del postest.

Se procede a obtener una ANOVA de dos vías sin interacciones que permitan concluir si la intervención y el pretest tiene efectos significativos en los resultados del postest.

Tabla 38. *Reporte ANOVA sin interacciones*

	Estimate Std	Error	F Value	Pr(>F)
(Intercepto)	73041	1	228,6209	2,2 e -16
Pretest	31	1	0,0983	0,7544
Intervención	8663	1	27,1142	7,88 e -07
Pretest: Intervención	38977	122		

Fuente: Programa R estadística. Elaboración propia.

Mediante la prueba ANOVA con interacciones se calcula el P-valor para la intervención es de 0,01238, valor que es menor al nivel de significancia ( $0,01238 < 0,05$ ); de la misma manera en la prueba ANOVA sin interacción (tabla 38) se calcula el p-valor para la intervención de  $7,88e-07$ , y que es menor al nivel de significancia ( $0,00000788 < 0,05$ ); por lo cual se rechaza la hipótesis nula y se da paso a la hipótesis alternativa, concluyendo que el uso de la AM GeoGebra influye de manera positiva en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de Undécimo Grado del Colegio Alfredo Iriarte Jornada Única.

Para dar validez al modelo ANOVA presentado en las tablas 37 y 38 se verifica la normalidad en los residuos mediante la prueba Jarque Bera. En la imagen 97 se muestra que los cuantiles teóricos tienen concordancia con los cuantiles observados de una distribución normal.

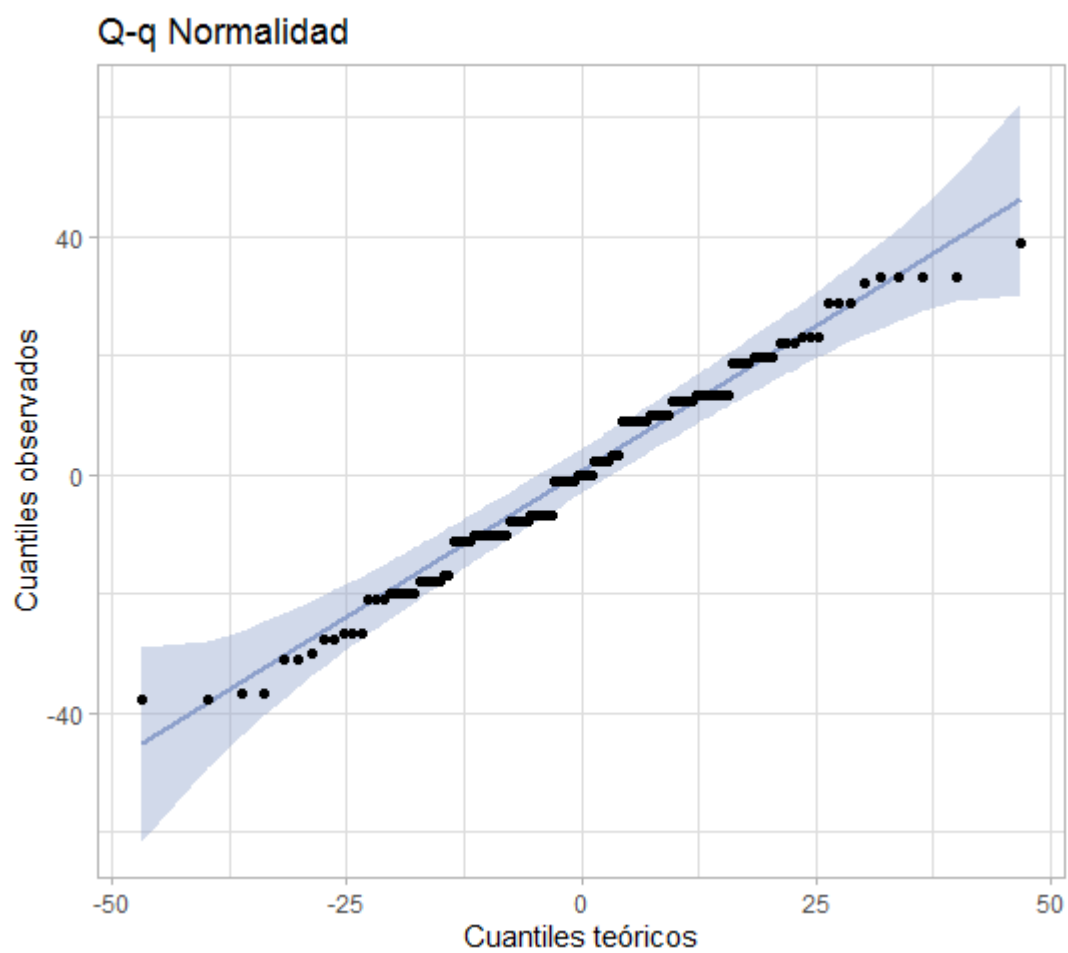


Imagen 97. Qqplot de los residuos del modelo propuesto. Elaboración en R estadística.

## 6. Conclusiones y Recomendaciones

Las aplicaciones móviles hoy en día son populares, muchas son libres y con fines educativos, son potenciales recursos que deben ser aprovechados tanto por profesores, como por estudiantes. En la presente investigación se describieron las experiencias y efectos que tiene la AM GeoGebra, y se concluyó que el uso de esta aplicación influyó de manera positiva en las actitudes y los resultados de aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de undécimo grado de la Jornada Única del Colegio Alfredo Iriarte sede Chircales.

Se pudo evidenciar que la AM GeoGebra promueve el desarrollo del pensamiento matemático, ya que la interacción, la exploración y manipulación de funciones lineales de manera dinámica e interactiva permite crear conexiones entre las diferentes representaciones: gráfica o visual, algebraica y numérica; facilitando el aprendizaje del concepto más efectivamente, en coherencia con resultados de investigación propuestos en la literatura (Abdul et al., 2010; Caligaris et al., 2015; Dikovic, 2009; Hohenwarter, 2014), y superando el obstáculo que presentan los estudiantes en la vinculación de las diferentes representaciones de la función lineal (Hegedus & Tall, 2016). Sin embargo, y teniendo en cuenta los resultados en el postest, se recomienda continuar profundizando acerca del aprendizaje de este tema.

Los resultados obtenidos en el rendimiento de la prueba postest en los dos grupos experimentales, con un 57,49%, frente a los obtenidos por los dos grupos control de 40,48% y las pruebas ANOVAS donde se rechaza la hipótesis nula con p-valores menores al nivel de significancia 0,01238 (para la prueba con interacción) y un 0,00000788 (para la prueba sin interacción), dando paso a la hipótesis alternativa, permitieron establecer que el uso de la AM GeoGebra influyó de manera positiva en los resultados de las pruebas estandarizadas de la función

lineal. Esto está en concordancia con los resultados obtenidos por Benítez (2016) y Vimolan (2019) en sus investigaciones acerca de la AM GeoGebra. También se concluye en esta investigación que la existencia o no del pretest no influye, de manera estadísticamente significativa, en los resultados obtenidos por los estudiantes.

La AM GeoGebra permitió interactuar con las diferentes representaciones de la función lineal, gracias a su herramienta algebraica, visual y numérica, ofreciendo al estudiante ver las variaciones en la representación algebraica mientras que manipulaba las representaciones gráficas, permitiendo superar en alguna medida la dificultad planteada por Bardini (2004), Abdullah (2010) y Szanyi (2016), estableciendo dichas relaciones entre las diferentes representaciones. Y aunque los grupos intervenidos obtuvieron un mejor promedio en el rendimiento de las pruebas finales frente a los grupos control, su rendimiento no está por encima del 66% (nota aprobatoria en la institución educativa), lo que nos lleva a confirmar que esta temática requiere más tiempo que el establecido en los planes de estudio para evidenciar su aprendizaje, debido a la complejidad de este tema para los estudiantes.

También es importante mencionar que gracias a que la AM GeoGebra se puede descargar de manera libre en los dispositivos móviles tanto de estudiantes como del docente, y que no requiere internet para el correcto funcionamiento, aparece una herramienta que contribuye a superar ciertas circunstancias que atentan contra las iniciativas de incorporar TIC en el aula, ya mencionadas por Bayés et. al. (2018) como son: la falta de salas de cómputo, obsolescencia y falta de mantenimiento de los equipos, falta de acceso por parte de estudiantes y profesores a la red de las instituciones.

Los resultados de este estudio, respaldan los hallazgos de otras investigaciones en las que se concluyó que los estudiantes y docentes consideran que el uso de las herramientas móviles mejoraría su rendimiento además de ser un factor motivador (Cadavieco & Rodil, 2018; Pimmer, 2016; Pimmer et al., 2016); esto se sustenta desde los resultados de la encuesta tipo Likert, los comentarios abiertos de los estudiantes acerca del uso de dispositivos móviles en el aula y la participación de tareas a través de WhatsApp. Se constató que con el aprendizaje móvil se aumentó la motivación de los estudiantes, como indican Stevens y Kitchenham (2011). Concluyendo al igual que Mcconatha, Praul, y Chester (2008), West (2012) y Martin y Ertzberger (2013), el uso del teléfono celular y la Tablet debe ser más frecuente en el aula. El uso de la AM GeoGebra y WhatsApp motivó a los estudiantes a participar no sólo durante la clase, sino también después de ella; gracias a la portabilidad de los dispositivos móviles, permitiendo cumplir así con el objetivo del aprendizaje móvil: desde cualquier momento y desde cualquier lugar (Ancsin et al., 2011; Crompton, 2013, 2014b, 2015).

Para obtener unos resultados esperados y un mayor rendimiento en los estudiantes al implementar el aprendizaje móvil en el aula, es necesario que el docente prepare y planifique cuidadosamente la unidad didáctica; es decir, prepare el entorno, las actividades, el contenido, las estrategias, recursos, organización y evaluación como elementos básicos del aprendizaje móvil; esto en concordancia con lo planteado por Gómez (2005), Hershkowitz, Tabach y Dreyfus (2008), García (2009) y Ozdamlia (2011).

Es importante aclarar que el desarrollo de nuevas metodologías en el aula, requieren de un gran compromiso de parte del docente, ya que además de dedicar bastante tiempo en la preparación de estos métodos, requiere actualización y capacitación permanente, así como una comprensión



de las nuevas generaciones en congruencia con lo planteado por Cassany y Ayala (2008) y Marc Prensky (2001, 2016b).

El aprendizaje móvil es una opción viable para involucrar en la planeación de clase, puesto que la alta disponibilidad de teléfonos celulares en el aula de clase permite involucrarlos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje; además es importante que al estudiante se le haga tomar conciencia que sus dispositivos móviles son una potencial herramienta educativa, ya que muchos de los jóvenes los ven como elementos de diversión, comunicación o distracción.

### **Recomendaciones**

- Se recomienda a los docentes tener en cuenta los dispositivos móviles en la planeación de las actividades, ya que es un recurso tecnológico propio de los jóvenes de hoy, de fácil acceso y portabilidad según se ha reportado en la literatura científica (Al-Emran et al., 2016; Casablancas et al., 2016; Marc Prensky, 2001).

- El aprendizaje móvil es una tendencia pedagógica relativamente joven, por ello es de gran importancia recopilar, sistematizar y analizar las experiencias educativas en torno a esta nueva tendencia educativa. De ahí la importancia de documentar, escribir y divulgar las propias experiencias y trabajos en torno a ella.

- Es importante que al planear una intervención que involucre el aprendizaje móvil en el aula de clase, se tenga en cuenta que se debe generar un espacio para llevar a cabo un módulo introductorio acerca del manejo de la AM GeoGebra o cualquier otra aplicación que se vaya a usar.

- Como futura investigación se propone estudiar cómo influye la AM GeoGebra en la motivación y la autodeterminación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas.

### Referencias

- Abdul, R., Fauzi, A., Ayub, M., & Ahmad, R. (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning, 8(5), 686–693. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.095>
- Abdullah, S. A. S. (2010). Comprehending the concept of functions. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8(5), 281–287. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.038>
- Aiyedun, E., Odewumi, M., & Obielodan, O. . (2018). Employing emerging technologies of mobile applications for fine art learning in south - west Nigerian Universities. *The Online Journal of Communication and Media*, 4(January), 7–11.
- Aizikovitsh-Udi, E., & Radakovic, N. (2012). Teaching Probability by Using Geogebra Dynamic Tool and Implementing Critical Thinking Skills. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46(Galotti 1989), 4943–4947. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.06.364>
- Akkoc, H., & Tall, D. (2002). The Simplicity, Complexity and Complication of the Function Concept. *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 25–32.
- Al-Emran, M., Elsherif, H. M., & Shaalan, K. (2016). Investigating attitudes towards the use of mobile learning in higher education. *Computers in Human Behavior*, 56(December 2015), 93–102. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.11.033>

- Al-Hunaiyyan, A., Alhajri, R. A., & Al-Sharhan, S. (2018). Perceptions and challenges of mobile learning in Kuwait. *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, 30(2), 279–289. <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2016.12.001>
- Al-Hunaiyyan, A., Alhajri, R., & Al-Sharhan, S. (2017). Instructors age and gender differences in the acceptance of mobile learning. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 11(4), 4–16. <https://doi.org/10.3991/ijim.v11i4.6185>
- Al-Kandari, A. J., Al-Hunaiyyan, A. A., & Al-Hajri, R. (2016). The Influence of Culture on Instagram Use. *Journal of Advances in Information Technology*, 7(1), 54–57. <https://doi.org/10.12720/jait.7.1.54-57>
- Alcaldía de Bogotá D.C. (2004). Decreto 406 de 2004, 2004(54), 1–20.
- Alcaldía de Bogotá D.C. (2019). Ubicación de la Ciudad. Retrieved from <http://www.bogota.gov.co/ciudad/ubicacion>
- Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. (2019). Rafael Uribe Uribe. Retrieved from <http://www.bogota.gov.co/localidades/rafael-uribe-uribe>
- Ali, G., Haolader, F. A., Muhammad, K., & Student, P. G. (2013). The Role of ICT to Make Teaching-Learning Effective in Higher Institutions of Learning in Uganda. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology (An ISO, 3297(8)*, 2319–8753. Retrieved from [www.ijirset.com](http://www.ijirset.com)
- Alioon, Y., & Delialioğlu, Ö. (2019). The effect of authentic m-learning activities on student engagement and motivation. *British Journal of Educational Technology*, 50(2), 655–668.

- Alkhateeb, M. A., & Al-Duwairi, A. M. (2019). The Effect of Using Mobile Applications (GeoGebra and Sketchpad) on the Students' Achievement. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(3), 523–533. <https://doi.org/10.29333/iejme/5754>
- Alonso, M. H., Gonzálvez, J. E., & Bartolomé, Á. (2016). Ventajas e inconvenientes del uso de dispositivos electrónicos en el aula: percepción de los estudiantes de grados en comunicación. *Revista de Comunicación de La SEECI.*, xx(41), 136–154. <https://doi.org/10.15198/seeci.2016.41.136-154>
- Ancsin, G., Hohenwarter, M., & Kovacs, Z. (2011). GeoGebra goes Mobile. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 1(1), 1–10.
- Apostol, T. M. (1961). Cálculo. Volumen 1. 2da Ed. Barcelona, España: Ed Reverté.
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172(2007), 208–214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Arini, F. Y., & Dewi, N. R. (2019). GeoGebraAs a Tool to Enhance Student Ability in Calculus. *KnE Social Sciences*, 2019, 205–212. <https://doi.org/10.18502/kss.v3i18.4714>
- Aventi, B., Serow, P., & Steve, T. (2014). Linking GeoGebra to Explorations of Linear Relationships. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 79–86.
- Azar, A. S., & Nasiri, H. (2014). Learners' Attitudes toward the Effectiveness of Mobile Assisted Language Learning (MALL) in L2 Listening Comprehension. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 98, 1836–1843. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.03.613>

- Azcárate, C., & Deulofeu, J. (1996). *Funciones y Gráficas*. (E. Síntesis, Ed.). Madrid, España.
- Azizul, S. M. J., & Din, R. (2016). Teaching and Learning Geometry Using Geogebra. *Journal of Personalized Learning*, 2(1), 40–51.
- Bano, M., Zowghi, D., Kearney, M., Schuck, S., & Aubusson, P. (2018). Mobile learning for science and mathematics school education: A systematic review of empirical evidence. *Computers and Education*, 121, 30–58. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.02.006>
- Barbaux, M. T. (2006). From lifelong learning to m-learning. In D. Whitelock & S. Wheeler (Eds.), *ALT-C 2006: The next generation. Research Proceedings* (pp. 132–141). Edinburgh, Scotland, UK.
- Bardini, C., Pierce, R. U., & Stacey, K. (2004). Teaching linear functions in context with graphics calculators: Students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 353–376. <https://doi.org/10.1007/s10763-004-8075-3>
- Bayés, A., Del Río, L., & Costa, V. (2018). Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso. *Virtual Educa Buenos Aires 2018*, (September).
- Benítez, A. (2016). Un experimento con GeoGebra (App) para el desarrollo del pensamiento matemático. *Revista de Artes y Humanidades*, 88, 9–22.
- Bhagat, K. K., & Chang, C. Y. (2015). Incorporating GeoGebra into geometry learning-A lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(1), 77–86. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1307a>

- Bhatti, A. H., Hasan, R., Farsi, A. Al, & Kazmi, S. I. A. (2017). Dynamic technology tool to support active learning in mathematics. *Proceedings - 2017 International Symposium on Educational Technology, ISET 2017*, (August), 229–233.  
<https://doi.org/10.1109/ISET.2017.59>
- Bidin, S., & Ziden, A. A. (2013). Adoption and Application of Mobile Learning in the Education Industry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 90(InCULT 2012), 720–729.  
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.07.145>
- Bozkurt, G., & Ruthven, K. (2017). Classroom-based professional expertise: a mathematics teacher's practice with technology. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3), 309–328.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-016-9732-5>
- Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research – A systematic review of recent trends. *Computers and Education*, 114, 255–273.  
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>
- Breda, A. M. D. A., & Dos Santos, J. M. dos S. (2016). Complex functions with GeoGebra. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 35(2), 102–110.  
<https://doi.org/10.1093/teamat/hrw010>
- Briz-Ponce, L., Pereira, A., Carvalho, L., Juanes-Méndez, J. A., & García-Peñalvo, F. J. (2017). Learning with mobile technologies – Students' behavior. *Computers in Human Behavior*, 72, 612–620. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2016.05.027>
- Bulut, M., & Bulut, N. (2011). Pre service teachers' usage of dynamic mathematics software. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10(4), 294–299.

- Burston, J. (2011). Realizing the Potential of Mobile Phone Technology for Language Learning. *The IALLT Journal*, 41(2), 56–71.
- Cadavieco, J. F., & Rodil, F. J. (2018). Levels of use and acceptance of mobile devince in the classroom. *Revista de Medios y Educación*, 21–35.
- Caligaris, M. G., Schivo, M. E., & Romiti, M. R. (2015). Calculus & GeoGebra, an Interesting Partnership. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 174, 1183–1188. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.735>
- Campe, K. D. (2018). Using Action-Consequence-Reflection Geogebra Activities To Make Math Stick. *North American GeoGebra Journal*, 7(1).
- Cañadas, I., & Sánchez, A. (1998). Categorías de Respuesta en Escalas Tipo Likert. *Psicothema*, 10, 623–631.
- Carrilloz, de A. A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29.
- Casablancas, S., Caldeiro, G., & Odetti, V. Secundaria en los nuevos escenarios educativos . ¿ Qué cambió a partir de la llegada de las netbooks de Conectar Igualdad ? Aportes desde una investigación basada en seis estudios de caso ., Proyecto de Educación y Nuevas tecnologías 1–10 (2016).
- Cassany, D., & Ayala, G. (2008). Nativos e inmigrantes digitales en la escuela. *CEE Participación Educativa*, 9, 53–71. <https://doi.org/10.1787/218525261154>
- Castejon, J. L., & Alaminos Chica, A. (2006). *Elaboración, análisis e Interpretación de Encuestas*,

- cuestionarios y Escalas de Opinión*. (U. de Alicante, Ed.). Alicante.
- Choi, T., & Hong, D. S. (2016). Improving Approximations for Pi with GeoGebra. *Mathematics Teacher*, 109(7), 547–550.
- Chuang, Y. H., & Tsao, C. W. (2013). Enhancing nursing students' medication knowledge: The effect of learning materials delivered by short message service. *Computers and Education*, 61(1), 168–175. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.09.013>
- Colegio Alfredo Iriarte. (2019). *Resultados primer simulacro diagnostico saber*.
- Cook, J., Pachler, N., & Bachmair, B. (2010). Appropriation of mobile Cultural resources for learning, 2(1), 1–21. <https://doi.org/10.4018/jmbl.2011010102>
- Costa, V. A., & Río, L. S. del. (2019). Aportes de la Geometría Dinámica al estudio de la noción de función a partir de un problema geométrico: un análisis praxeológico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 67–87. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a04>
- Crompton, H. (2013). Mobile Learning: New Approach, New Theory. *Handbook of Mobile Learning*, (January 2013), 47–58.
- Crompton, H. (2014a). A Diachronic Overview of Technology Contributing to Mobile Learning: A Shift Towards Student - Centred Pedagogies. In *Increasing Access through Mobile Learning* (pp. 7–15).
- Crompton, H. (2014b). Using Mobile Learning to Support Students ' Understanding in Geometry : A Design-Based Research Curriculum Study, 3024–3032.
- Crompton, H. (2015). The mobile learning training needs of educators in technology-enabled



environments technology-enabled environments, (March).

<https://doi.org/10.1080/19415257.2014.1001033>

Crompton, H., & Burke, D. (2015). Research Trends in the Use of Mobile Learning in Mathematics. *International Journal of Mobile and Blended Learning*, 7(4), 1–15.  
<https://doi.org/10.4018/IJMBL.2015100101>

Crompton, H., Burke, D., Gregory, K., & Grâbe, C. (2016). The Use of Mobile Learning in Science: A Systematic Review. *Journal of Science Education and Technology*, 7(5), 149–160. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9597-x>

Dede, Y., & Soybaş, D. (2011). Preservice mathematics teachers' experiences about function and equation concepts. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(2), 89–102. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75183>

Díaz, L. K., & Aristizábal, J. H. (2016). Comprensión de la elipse e hipérbola por medio de secuencias didácticas con asistencia del GeoGebra. In *Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016* (pp. 43–46). Medellín, Colombia: Universidad La Gran Colombia.

Dikovic, L. (2009). Applications geogebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191–203.  
<https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>

Dockendorff, M., & Solar, H. (2018). ICT integration in mathematics initial teacher training and its impact on visualization: the case of GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 66–84.  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1341060>

- Dogan, M., & İcel, R. (2011). The role of dynamic geometry software in the process of learning: GeoGebra example about triangles. *Journal of Human Sciences*, 8(1), 1441–1458.
- Domingo, M. G., & Garganté, A. B. (2016). Exploring the use of educational technology in primary education: Teachers' perception of mobile technology learning impacts and applications' use in the classroom. *Computers in Human Behavior*, 56, 21–28.  
<https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.11.023>
- Drigas, A. S., & Pappas, M. A. (2015). A review of mobile learning applications for mathematics . *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 9(3), 18–23.
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., ... Meagher, M. (2010). *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (Vol. 13).  
<https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0>
- Dubinsky, E., & Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 83–101.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.12.001>
- Durall Gazulla, E., Gros Salvat, B., Maina, M. F., Johnson, L., & Adams, S. (2012). Perspectivas tecnológicas: educación superior en Iberoamérica 2012-2017. Retrieved from <http://www.recercat.cat/handle/2072/202967>
- Edwards, J.-A., & Jones, K. (2006). Linking geometry and algebra with GeoGebra. *Mathematics Teaching*, 194(November), 28–30. Retrieved from <http://eprints.soton.ac.uk/19198/>
- Elfeky, A. I. M., & Yakoub Masadeh, T. S. (2016). The Effect of Mobile Learning on Students'

- Achievement and Conversational Skills. *International Journal of Higher Education*, 5(3), 20–31. <https://doi.org/10.5430/ijhe.v5n3p20>
- Escobar, J., & Cuervo, Á. (2008). Validez de Contenido y Juicio de Expertos: Una aproximación a su utilización. *Avances En Medición*, 6, 27–36.
- Figueiras, L., & Deulofeu, J. (2005). Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización, 23(2), 217–226. Retrieved from <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v23n2/02124521v23n2p217.pdf>
- Flehantov, L., & Ovsienko, Y. (2019). The Simultaneous Use of Excel and GeoGebra to Training the Basics of Mathematical Modeling.
- Fundación Universitaria Los Libertadores. (2019). Líneas de Investigación. Retrieved from <http://www.ulibertadores.edu.co/vicerrectoria-investigacion/lineas-investigacion/>
- Gabriel, M. A., Wiebe, S., Macdonald, R. J., Edward, P., & Ca, P. E. I. (2009). Net generation expectations for technology-mediated learning at the university level. *Methods*, 996–1000.
- Galicia, L., Balderrama, J., & Navarro, R. (2017). Validez de contenido por juicio de expertos: Propuesta de una herramienta virtual. *Apertura*, 9(2), 42–53. <https://doi.org/10.18381/Ap.v9n2.993>
- García Aretio, L. (2009). Las Unidades Didácticas I. *Bened*.
- Garrett, B. M., & Jackson, C. (2006). A mobile clinical e-portfolio for nursing and medical students, using wireless personal digital assistants (PDAs). *Nurse Education Today*, 26(8), 647–654. <https://doi.org/10.1016/j.nedt.2006.07.020>

- Georgiev, T., Georgieva, E., & Smrikarov, A. (2004). M-learning — a new stage of e-learning M-Learning - a New Stage of E -Learning, (June). <https://doi.org/10.1145/1050330.1050437>
- Glackin, B. C., Rodenhiser, R., & Herzog, B. (2014). A library and the disciplines-a collaborative project assessing impact of ebooks .pdf. *The Journal of Academic Librarianship*, 40, 299–306. <https://doi.org/10.1016/j.acalib.2014.04.007.A>
- Göksu, İ., & Atici, B. (2013). Need for Mobile Learning: Technologies and Opportunities. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 103, 685–694. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.388>
- Gómez Mendoza, M. A. (2005). Capítulo I. La unidad didáctica en el paradigma constructivista. In *Didáctica de la disertación en la enseñanza de la filosofía* (pp. 13–58). Barcelona, España: Editorial Magisterio.
- Gono, E. N. (2016). *The contributions of Interactive Dynamic Mathematics software in probing understanding of mathematical concepts: Case study on the use GeoGebra in learning the concept of modulus functions*. Diss. UCL (University College London).
- Hall, J., & Chamblee, G. (2013). Teaching algebra and geometry with GeoGebra: Preparing pre-service teachers for middle grades/secondary mathematics classrooms 30.1-2. *Computers in the Schools*, 30(1–2), 12–29.
- Hall, W., Keynes, M., Jones, C., & Shao, B. (2011). The net generation and digital natives: implications for higher education, (June).
- Hanson-Smith, E. (1997). *Technology in the classroom: Practice and promise in the 21st century*.

- Harley, J. M., Poitras, E. G., Jarrell, A., Duffy, M. C., & Lajoie, S. P. (2016). Comparing virtual and location-based augmented reality mobile learning: emotions and learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 64(3), 359–388. <https://doi.org/10.1007/s11423-015-9420-7>
- Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2011). The emergence of mathematical structures. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2–3), 369–388.
- Hegedus, S. J., & Tall, D. O. (2016). Foundations for the future: The potential of multimodal technologies for learning mathematics. *Handbook of International Research in Mathematics Education: Third Edition*, 543–562. <https://doi.org/10.4324/9780203448946>
- Helen Crompton. (2013). A historical overview of mobile learning: Toward learner-centered education. *Handbook of Mobile Learning*, (July), 3–14.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. del P. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill (6<sup>a</sup> edición, Vol. 1). México, D. F. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Herro, D., Kiger, D., & Owens, C. (2013). Mobile Technology: Case-Based Suggestions for Classroom Integration and Teacher Educators. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, 30(1). <https://doi.org/10.1080/21532974.2013.10784723>
- Hershkowitz, R., Tabach, M., & Dreyfus, T. (2008). Computerized environments in mathematics classrooms: A research-design view. *Handbook of International Research in Mathematics Education (2nd Edition)*, 784–805. <https://doi.org/10.4324/9780203448946>

- Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123–134.  
[https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)80064-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)80064-9)
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo, 1–25.
- Hitt, F. (2016). La enseñanza del cálculo en ambientes TIC.
- Hohenwarter, M. (2014). Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. *Union Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2005). Combination of dynamic geometry , algebra and calculus in the software system GeoGebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference 2004*, 2002(July), 1–6. Retrieved from <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/747>
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. *Research and Development in the Teaching Ang Learning of Calculus, TSG 16*(September 2016), 1–9.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126–131. Retrieved from <http://eprints.soton.ac.uk/50742/>
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics Teacher Development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 49–54. Retrieved from [www.bsrlm.org.uk](http://www.bsrlm.org.uk)

- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating Mathlets with Open Source Tools. *Forum American Bar Association*, 7(July), 1–29.
- Horzum, T., & Ünlü, M. (2017). Pre-Service Mathematics Teachers' Views about GeoGebra and Its Use. *Acta Didactica Napocensia*, 10(3), 77–90.
- Huang, C. S. J., Yang, S. J. H., Chiang, T. H. C., & Su, A. Y. S. (2016). Effects of Situated Mobile Learning Approach on Learning Motivation and Performance of EFL Students. *Educational Technology & Society*, 19(1), 263–276.
- Institución Educativa Distrital Alfredo Iriarte. (2018). *PEI: "Educación para la vida y el trabajo" 2018-2019*.
- International GeoGebra Institute. (2018a). Descargas Aplicaciones GeoGebra. Retrieved from <https://www.geogebra.org/download?lang=es>
- International GeoGebra Institute. (2018b). Geogebra, About. Retrieved July 22, 2018, from <https://www.geogebra.org/about>
- Jackiw, N. (2013). Touch and multitouch in dynamic geometry: Sketchpad explorer and “digital” mathematics. In *Proceedings of the 11th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp. 149–155).
- Jelatu, S., Sariyasa, & Made Ardana, I. (2018). Effect of GeoGebra-aided REACT strategy on understanding of geometry concepts. *International Journal of Instruction*, 11(4), 325–336. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.11421a>
- Jeon, Y. (2015). A Study on Technology Embedded English Classes Using QR Codes, 11(1), 1–

6.

Johnson, R. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come.

*Educational Researcher*, 33(7), 14–26. <https://doi.org/10.3102/0013189X033007014>

Junta Administradora Local. (2013). Rafael Uribe Uribe- Humana, participativa, incluyente y democrática, 003(23), 1–37.

Kaloo, V., & Mohan, P. (2012). Correlating questionnaire data with actual usage data in a mobile learning study for high school mathematics. *Electronic Journal of E-Learning*, 10(1), 76–89.

Karimi, S. (2016). Do Learners' Characteristics Matter? An Exploration of Mobile-learning Adoption in Self-directed Learning. *Computers in Human Behavior*, 63., 769–776.

Keegan, D. (2002). The Future of Learning: From eLearning to mLearning. Retrieved from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED472435.pdf>

Khalil, M., Farooq, R. A., Çakiroglu, E., Khalil, U., & Khan, D. M. (2018). The development of mathematical achievement in analytic geometry of grade-12 students through GeoGebra activities. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1453–1463. <https://doi.org/10.29333/ejmste/83681>

Khalil, M., Khalil, U., & Zahoor, U. H. (2019). Geogebra as a Scaffolding Tool for Exploring Analytic Geometry Structure and Developing Mathematical Thinking of Diverse Achievers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 427–434.

Korenova, Lilia. (2017). GeoGebra in Teaching of Primary School Mathematics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 24(3), 155–160.



- Korenova, Lilla, & Veress-Bágyi, I. (2018). The usage of mobile devices in the students' mathematics learning. In *17th Conference on Applied Mathematics APLIMAT 2018*.
- Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2018). Using automated reasoning tools in GeoGebra in the teaching and learning of proving in geometry. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 25(2), 33–50.
- Lan, Y. F., & Sie, Y. S. (2010). Using RSS to support mobile learning based on media richness theory. *Computers and Education*, 55(2), 723–732.  
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.03.005>
- Lan, Y. F., Tsai, P. W., Yang, S. H., & Hung, C. L. (2012). Comparing the social knowledge construction behavioral patterns of problem-based online asynchronous discussion in e/m-learning environments. *Computers and Education*, 59(4), 1122–1135.  
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.05.004>
- Lavicza, Z., & Prodromou, T. (2017). Integrating technology into mathematics education in an entire educational system - Reaching a critical mass of teachers and schools. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 24(3), 1–6. <https://doi.org/10.1564/tme>
- Le, H. Q., & Kim, J. I. (2017). An augmented reality application with hand gestures for learning 3D geometry. *2017 IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing, BigComp 2017*, (May), 34–41. <https://doi.org/10.1109/BIGCOMP.2017.7881712>
- Lee, K. R. (2002). Impacts of Information Technology on Society in the new Century. *Structure*, 1–6. Retrieved from <https://www.zurich.ibm.com/pdf/Konsbruck.pdf>

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64.  
<https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Leithold, L. (1982). *El Calculo (ESP)* 7a ed. México, D. F: Oxford University Press.
- Ljajko, E., & Ibro, V. (2013). Development of ideas in a GeoGebra – aided mathematics instruction. *Mevlana International Journal of Education*, 3(3), 1–7.  
<https://doi.org/10.13054/mije.si.2013.01>
- López Mora, C. C., Morera Robles, J. F., & Jiménez, W. (2016). Campos vectoriales en GeoGebra. In *Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016* (pp. 132–135). Medellín, Colombia: Universidad La Gran Colombia.
- Marcelo, C. M. F., Rodrigo, G. M. J., & Mario, V. G. J. (2018). Uso De Geogebra Y Su Incidencia En El Proceso Enseñanza- Aprendizaje De Grafica De Funciones En El Nivel Superior. *European Scientific Journal, ESJ*, 14(21), 1. <https://doi.org/10.19044/esj.2018.v14n21p1>
- Marqués Graelles, P. (2012). Impacto de las TIC en la educación: Funciones y Limitaciones. 3 *c TIC: Cuadernos de Desarrollo Aplicados a Las TIC, ISSN-e 2254-6529, Vol. 2, N° 1, 2013 (Ejemplar Dedicado a: 3C TIC - Edición N° 3)*, 2(1), 1–15. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4817326>
- Martin, F., & Ertzberger, J. (2013). Here and now mobile learning: An experimental study on the use of mobile technology. *Computers and Education*, 68, 76–85.  
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.021>

- Martínez, N. J. (2013). Función usando el software “Geogebra.”
- Mcconatha, D., Praul, M., & Chester, W. (2008). Mobile learning in higher education: An empirical assessment of a new educational tool. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET*, 7(3), 1303–6521.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, D.C.
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje* (Volumen 2). Bogotá, D.C.
- Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. (2008). *Plan Nacional de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones 2008-2019*. Bogotá, D.C.
- Ministerio Nacional de Educación. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, D.C.
- Ministerio Nacional de Educación. (2016). *Plan decenal de educación 2016-2026*.
- Montrieux, H., Courtois, C., De Grove, F., Raes, A., Schellens, T., & De Marez, L. (2014). Mobile Learning in Secondary Education. *International Journal of Mobile and Blended Learning*, 6(2), 26–40. <https://doi.org/10.4018/ijmbl.2014040103>
- Montrieux, H., Vanderlinde, R., Schellens, T., & De Marez, L. (2015). Teaching and learning with mobile technology: A qualitative explorative study about the introduction of tablet devices in secondary education. *PloS one*, 10(12), e0144008. *PloS One*, 10 (12)(e0144008).
- Moreno-Armella, L., & Santos-Trigo, M. (2016). The use of digital technology in mathematical practices: Reconciling traditional and emerging approaches. *Handbook of International Research in Mathematics Education: Third Edition*, 595–616.

<https://doi.org/10.4324/9780203448946>

- Mudaly, V., & Fletcher, T. (2019). The effectiveness of geogebra when teaching linear functions using the iPad. *Problems of Education in the 21st Century*, 77(1), 55–81.  
<https://doi.org/10.33225/PEC/19.77.55>
- Natsir, R. Y. (2018). The relationship between intensity in using mobile learnin tool in learning english and the student's grade point average: A Correlation Research, *I*(1), 51–64.
- Noguero, F. L. (2009). El análisis de contenido como método de investigación, *4*(2002), 167–179.  
<https://doi.org/ISSN-e 1575-0345>
- Oblinger, D., & Oblinger, J. (2005). Chapter 1. Introduction. In *Educating the Net Generation* (pp. 6–11). New York.
- Ocal, M. F. (2017). The Effect of Geogebra on Students' Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Applications of Derivative. *Higher Education Studies*, 7(2), 67.  
<https://doi.org/10.5539/hes.v7n2p67>
- ONU. (1948). Declaración Universal De Los Derechos Humanos (1948).  
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Ozdamli, F., & Cavus, N. (2011). Basic elements and characteristics of mobile learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 28(May 2014), 937–942.  
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.11.173>
- Pedró, F. (2006). The New Millennium Learners: Challenging our Views on ICT and Learning, (May), 1–17.

- Pepin, B., Yerushalmy, M., & Chazan, D. I. (2012). 27 E-Textbooks in / for Teaching and Learning Mathematics A Potentially Transformative Educational Technology, 636–661.
- Pérez, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*, 1, 15–29. Retrieved from <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194118804003.pdf>
- Petkova, M. M. (2014). Educational Technology for Training Pre-Service Mathematics Teachers on the Basis of GeoGebra, (May 2014).
- Phan-Yamada, T., & Man, S. W. (2018). Teaching Statistics with GeoGebra. *North American GeoGebra Journal*, 7(1), 14–24. Retrieved from <https://geogebrajournal.miamioh.edu/index.php/ggbj/article/view/125/118>
- Pilli, O., & Aksu, M. (2013). The effects of computer-assisted instruction on the achievement, attitudes and retention of fourth grade mathematics students in North Cyprus. *Computers and Education*, 62, 62–71. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.010>
- Pimmer, C. (2016). Mobile learning as boundary crossing: an alternative route to technology-enhanced learning? *Interactive Learning Environments*, 24(5), 979–990. <https://doi.org/10.1080/10494820.2015.1128211>
- Pimmer, C., Mateescu, M., & Gröhbiel, U. (2016). Mobile and ubiquitous learning in higher education settings. A systematic review of empirical studies. *Computers in Human Behavior*, 63, 490–501. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2016.05.057>
- Planchart, O. (2001). La Visualización Y La Modelación En La Adquisición Del Concepto De

Función. Tesis Doctoral, 176.

Pozzi, F., & Persico, D. (2011). Task, Team and Time to structure online collaboration in learning environments [Tarea, equipo y tiempo para estructurar la colaboración en línea en entornos de aprendizaje]. *World Journal on Educational*, 3 (1)(1–15), 168–176.

Prada Núñez, R., Hernández-Suárez, C. A., & Jaimes Contreras, L. A. (2017). Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama*, 11(20), 33. <https://doi.org/10.15765/pnrm.v11i20.1008>

Prensky, Marc. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants. *On the Horizon*, 9(5), 1–6. <https://doi.org/10.1108/10748120110424816>

Prensky, Marc. (2003). Digital Game-based Learning, 1(1), 1–4.

Prensky, Marc. (2005). “Engage Me or Enrage Me,” 1–5.

Prensky, Marc. (2009). H . Sapiens Digital : From Digital Immigrants and Digital Natives to Digital Wisdom Digital Wisdom. *Innovate: Journal of Online Education*, 5(3).

Prensky, Marc. (2016a). (Agosto de 2016). Conferencia Nativos Digitales: La Educación en la Sociedad Web. Fundación Liderazgos Responsables. Conferencia llevada a cabo en El Primer Congreso Internacional Liderazgos Responsables. Congreso llevado a cabo en Santo Domingo, República Dominicana. Retrieved from [https://www.youtube.com/watch?v=Gm\\_T07dPnGk](https://www.youtube.com/watch?v=Gm_T07dPnGk)

Prensky, Marc. (2016b). A new paradigm of curriculum, 4. In *Instructional-Design Theories and Models: The Learner-Centered Paradigm of Education* (Vol. 4, pp. 98–113). Taylor and

Francis. <https://doi.org/10.4324/9781315795478>

Prensky, Mark. (2001). Nativos e Inmigrantes Digitales Cuadernos SEK 2.0. Retrieved from [https://www.marcprensky.com/writing/Prensky-NATIVOS E INMIGRANTES DIGITALES \(SEK\).pdf](https://www.marcprensky.com/writing/Prensky-NATIVOS_E_INMIGRANTES_DIGITALES(SEK).pdf)

Radović, S., Radojičić, M., Veljković, K., & Marić, M. (2018). Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook." (2018): 1-18. *Interactive Learning Environments*.

Rahamat, R. B., Shah, P. M., Din, R. B., & Aziz, J. B. A. (2017). Students' readiness and perceptions towards using mobile technologies for learning the english language literature component. *The English Teacher*, 0(0), 16. Retrieved from <http://www.melta.org.my/journals/index.php/tet/article/view/263/160>

Reis, Z. A., & Ozdemir, S. (2010). Using Geogebra as an information technology tool: Parabola teaching. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 565–572. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.198>

Reisa, Z. A. (2011). Computer supported mathematics with Geogebra. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 1449–1455. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.348>

Rideout M.A., V. J., Foehr Ph.D., U. G., & Roberts Ph.D., D. F. (2010). Generation M2: Media in the Lives of 8 to 18 Year-Olds. *The Henry J. Kaiser Family Foundation*, 1–79. <https://doi.org/P0-446179799-1366925520306>

Rivero, F. (2016). Informe ditrendia 2016: Mobile en España y en el Mundo. *Ditrendia*, 67.

- Rodríguez C, Ó. I. (2019). *Experiencias y efectos del m-learning en el aprendizaje del polinomio de Taylor en métodos numéricos a partir de la interacción con dispositivos móviles usando la App Calculadora Gráfica de GeoGebra*. Fundación Universitaria Los Libertadores.
- Rohaeti, E. E., & Bernard, M. (2018). The Students' Mathematical Understanding Ability Through Scientific-Assisted Approach of Geogebra Software. *Infinity Journal*, 7(2), 165. <https://doi.org/10.22460/infinity.v7i2.p165-172>
- Rojano, T. (2015). Students' access to mathematics learning in the middle and junior secondary schools. *Handbook of International Research in Mathematics Education: Third Edition*, 219–238. <https://doi.org/10.4324/9780203448946>
- Salsabila, F., Johar, R., & Wahyuni, S. P. (2017). Student s ' Ability in Proving Pythagorean Theorem through Discovery Learning Model Using Geogebra Software. *Proceedings of AICS-Social Sciences* 7, 717–726.
- Sánchez Prieto, J. C., Olmos Migueláñez, S., & García Peñalvo, F. J. (2018). Influence of gender on the acceptance of mLearning among pre-service secondary teachers, (1989).
- Sangwin, C. (2007). A brief review of GeoGebra: dynamic mathematics. *MSor Connections*, 7(2).
- Saorín, J. L. (2013). Entorno de aprendizaje ubicuo con realidad aumentada y tabletas para estimular la comprensión del espacio tridimensional. *Revista de Educación a Distancia*, 37(2), 17. Retrieved from <http://www.um.es/ead/red/37/DELATORREetAL.pdf>
- Sari, P. (2017). GeoGebra as a Means for Understanding Limit Concepts. *Southeast Asian Mathematics Education Journal*, 7(2), 71–80.



- Sari, P., Hadiyan, A., & Antari, D. (2018). Exploring Derivatives by Means of GeoGebra. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2(1), 65. <https://doi.org/10.12928/ijeme.v2i1.8670>
- Sayed, F. (2015). Mathematics and mobile learning. *Proceedings of the 11th International Conference on Mobile Learning 2015, ML 2015*, 160–162.
- Schepman, A., Rodway, P., Beattie, C., & Lambert, J. (2012). An observational study of undergraduate students' adoption of (mobile) note-taking software. *Computers in Human Behavior*, 28(2), 308–317. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2011.09.014>
- Schwarz, B., Prusak, N., Swidan, O., Livny, A., Gal, K., & Segal, A. (2018). Orchestrating the emergence of conceptual learning: A case study in a geometry class. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 13(2), 189–211.
- Secretaria distrital de Cultura recreación y Deportes. (2008). Localidad Rafael Uribe Uribe Ficha Básica, 81. Retrieved from <http://www.culturarecreacionydeporte.gov.co/observatorio/documentos/localidades/rafaelUribe.pdf>
- Seloraji, P., & Eu, L. K. (2017). Students' Performance in Geometrical Reflection using Geogebra. *Malaysia Online Journal of Educational Technology*, 5(1), 65–77.
- Sengamalaselvi, J., Venugopal, T., Vol, S. P.-I. J. C. R. R., & 2017, U. (2017). Role of Geogebra in the Hard Spots of Higher Education Through Optic Math. *IJCRR. Section General Science Sci.Journal*, 9(10), 108–112. Retrieved from [http://ijcrr.com/uploads/1153\\_pdf.pdf](http://ijcrr.com/uploads/1153_pdf.pdf)

- Seppälä, P., & Alamäki, H. (2003). Mobile learning in teacher training. *Journal of Computer Assisted Learning*, 19(April 2002), 330–335. <https://doi.org/10.1046/j.0266-4909.2003.00034.x>
- Shadaan, P., & Eu, L. K. (2013). Effectiveness of Using GeoGebra on Students' Understanding in Learning Circles. *Malaysia Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1–11.
- Sharples, M., Adams, A., Alozie, N., Ferguson, R., Fitzgerald, E., Gaved, M., ... Yarnall, L. (2016). *Innovating Pedagogy - ideas for the future of*.
- Sharples, M., Taylor, J., & Vavoula, G. (2005). Towards a Theory of Mobile Learning. *International Handbook of E-Learning Volume 1: Theoretical Perspectives and Research*, 309–317. <https://doi.org/10.4324/9781315760933>
- Sharples, M., Taylor, J., & Vavoula, G. (2007). A Theory of Learning for the Mobile Age To cite this version : HAL Id : hal-00190276 A Theory of Learning for the Mobile Age ( pre-print ). *The Sage HandBook of Elearning Research*, 221–247.
- Sheppard, D. (2011). Reading with iPads—the difference makes a difference. *Education Today*, 3(2011), 12–17.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy*, (September), 25–58.
- Soler Pérez, V. (2008). Ventajas E Inconvenientes Del Uso De Las Tecnologías De La Comunicación Y La Información En La Realidad Educativa. *Contribuciones a Las Ciencias Sociales*. Retrieved from <http://www.eumed.net/rev/cccs/02/vsp2.htm>

- Sollervall, H. (2016). Transforming a procedural Calculus task into a structured exploration with dynamic representations. In *13th International Congress on Mathematical, July 24-31*.
- Solomon, R. L. (1949). An extension of control group design. *Psychological Bulletin*, 46(2), 137–150. <https://doi.org/10.1037/h0062958>
- Stevens, D., & Kitchenham, A. (2011). An analysis of mobile learning in education, business, and medicine. In *Models for interdisciplinary mobile learning: Delivering information to students*. IGI Global (pp. 1–25).
- Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precalculo Matematico* 5ta Ed. México: International Thomson Editores.
- Takači, D., Stankov, G., & Milanovic, I. (2015). Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups. *Computers and Education*, 82, 421–431. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.12.002>
- Taleb, Z., Ahmadi, A., & Musavi, M. (2015). The Effect of M-learning on Mathematics Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 171, 83–89. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.092>
- Tall, D. (1988). Concept Image and Concept Definition. *Senior Secondary Mathematics Education*, (1983), 37–41. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tall, D. (1996). Functions and Calculus. *International Handbook of Mathematics Education*, (1976), 327–370. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_10)
- Tarraf, H. A., Hejase, A. J., & Hejase, H. J. (2018). Solving Polynomial Inequalities with

- GeoGebra : Opportunities of Visualization and Multiple Representations. *The Journal of Middle East and North Africa Sciences*, 4(2), 1–22. <https://doi.org/10.12816/0045062>
- Tay, M. K., & Wonkyi, Thomas M. (2018). Effect of using Geogebra on senior high school students' performance in circle theorems. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 14(0), 1–18.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. In E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld, & J. J. Kaput (Eds.), 4(January 1993), 12–16.
- Torres Rodríguez, C. P., & Prieto Monroy, M. E. (2018). *Competencias emocionales en el marco de la convivencia escolar en niños de 5 a 7 años del I.E.D Alfredo Iriarte Sede C «La Merced Sur»*.
- Uribe, V. M., & Arévalo Soto, A. (2016). Diseño de ambientes informáticos de aprendizaje: el caso de las funciones. In *Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016* (pp. 79–82). Medellín, Colombia: Universidad La Gran Colombia.
- Uzunboylyu, H., Bicen, H., & Cavus, N. (2011). The efficient virtual learning environment: A case study of web 2.0 tools and Windows live spaces. *Computers and Education*, 56(3), 720–726. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.10.014>
- Wassie, Y., & Zergaw, G. (2019). Some of the Potential Affordances, Challenges and Limitations of Using GeoGebra in Mathematics Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8). <https://doi.org/10.29333/ejmste/108436>
- Watson, S. L., & Watson, W. R. (2011). The role of technology and computer-based instruction in

a disadvantaged alternative school's culture of learning. *Computers in the Schools*, 28(1), 39–55. <https://doi.org/10.1080/07380569.2011.552042>

Watson, W. R., Watson, S. L., & Reigeluth, C. M. (2015). Education 3.0: breaking the mold with technology. *Interactive Learning Environments*, 23(3), 332–343. <https://doi.org/10.1080/10494820.2013.764322>

Yeap, J. A., Ramayah, T., & Soto, A. P. (2016). Factors propelling the adoption of m-learning among students in higher education. *Electronic Markets*, 26 (4), 323–338.

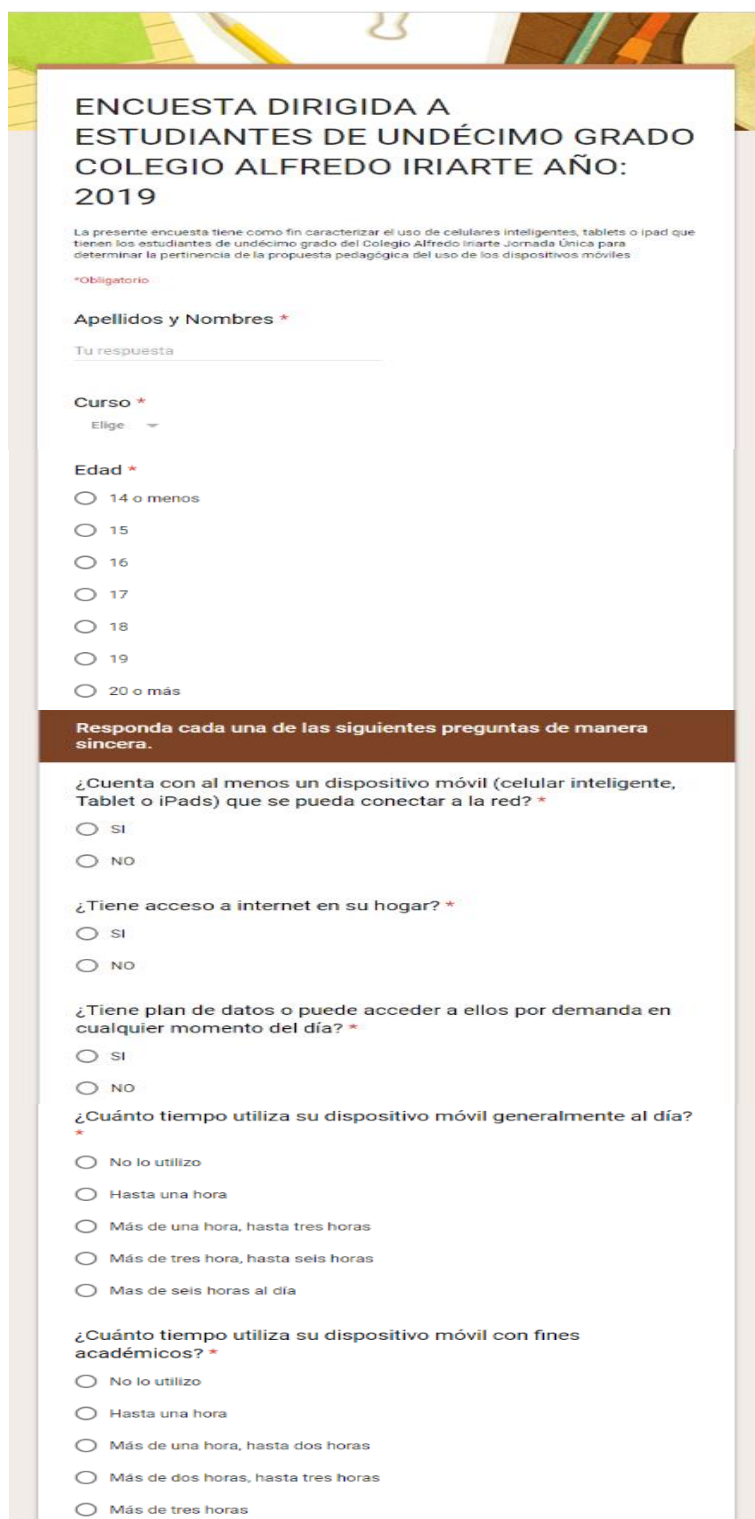
Zengin, Yilmaz, Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31(2011), 183–187. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>

Zengin, Yilmaz, & Tatar, E. (2017). Integrating dynamic mathematics software into cooperative learning environments in mathematics. *Educational Technology and Society*, 20(2), 74–88.

Zengin, Yilmaz. (2018). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311–333.

## Anexos

### Anexo 1 – Encuesta de Caracterización



**ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE UNDÉCIMO GRADO COLEGIO ALFREDO IRIARTE AÑO: 2019**

La presente encuesta tiene como fin caracterizar el uso de celulares inteligentes, tablets o ipad que tienen los estudiantes de undécimo grado del Colegio Alfredo Iriarte Jornada Unica para determinar la pertinencia de la propuesta pedagógica del uso de los dispositivos móviles

**\*Obligatorio**

**Apellidos y Nombres \***

Tu respuesta

**Curso \***

Elige

**Edad \***

☐ 14 o menos

☐ 15

☐ 16

☐ 17

☐ 18

☐ 19

☐ 20 o más

**Responda cada una de las siguientes preguntas de manera sincera.**

**¿Cuenta con al menos un dispositivo móvil (celular inteligente, Tablet o iPads) que se pueda conectar a la red? \***

☐ SI

☐ NO

**¿Tiene acceso a internet en su hogar? \***

☐ SI

☐ NO

**¿Tiene plan de datos o puede acceder a ellos por demanda en cualquier momento del día? \***

☐ SI

☐ NO

**¿Cuánto tiempo utiliza su dispositivo móvil generalmente al día? \***

☐ No lo utilizo

☐ Hasta una hora

☐ Más de una hora, hasta tres horas

☐ Más de tres hora, hasta seis horas

☐ Mas de seis horas al día

**¿Cuánto tiempo utiliza su dispositivo móvil con fines académicos? \***

☐ No lo utilizo

☐ Hasta una hora

☐ Más de una hora, hasta dos horas

☐ Más de dos horas, hasta tres horas

☐ Más de tres horas

Anexo 2 – Plan de asignatura primer periodo área de matemáticas, jornadas mañana, tarde y única  
del colegio Alfredo Iriarte IED

PERIODO O TIEMPO	GRADO ONCE				
	APRENDIZAJES (CONTENIDOS)	PROCESOS COGNITIVOS Y COMPETENCIAS	METODOLOGÍA	INTEGRACIÓN PROYECCIÓN TRANSVERSALES	FORMAS DE EVALUACIÓN
PRIMER TRIMESTRE	Números Reales Intervalos, solución de ecuaciones e inecuaciones, valor absoluto, Operaciones entre funciones.	Reconocer las principales características de algunas funciones. Hallar el dominio y el rango de una función. Toma decisiones en las que se decide cual es la solución óptima para un problema que tiene ciertas restricciones, que involucren inecuaciones. (Programación lineal)	Modelos de funciones que se ajustan a cada tipo de función. Trabajo de funciones en el computador. Variadas situaciones en las que el manejo de los límites sea significativo. Gráficas de funciones continuas y discontinuas en algunos intervalos.		Para evaluar a los estudiantes se tendrá en cuenta su participación y actitud en el desarrollo de las actividades propuestas en clase. Presentación de pruebas escritas. Trabajo que realizará de manera individual y grupal. Se evalúa la actitud del
	Representación gráfica. Dominio y rango.			Procesos de administración, análisis desde la demanda, (PCC)	COGNITIVOS: Reconoce las propiedades de orden de los números reales y resuelve problemas analíticos que se modelan con inecuaciones. PROCEDIMENTALES: Plantea y grafica funciones teniendo en cuenta sus características y soluciona problemas relacionados con la vida cotidiana. ACTITUDINAL: Se evalúa la actitud del

Anexo 3 - Formato de Validez de Test (Adaptación de los investigadores)

VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

Indicación: Señor docente se solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde,

1. Muy poco	2. Poco	3. Regular	4. Aceptable	5. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	------------------

CLARIDAD: Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.  
COHERENCIA: Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal  
RELEVANCIA: Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba  
Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias.

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																

Nombre y Apellidos: \_\_\_\_\_

Formación Académica: \_\_\_\_\_

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_



## Anexo 4 – Calificación y Recomendación de la Validación de Experto a test

### VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

Indicación: Señor docente se solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde,

1. Muy poco    2. Poco    3. Regular    4. Aceptable    5. Muy aceptable

CLARIDAD: Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.

COHERENCIA: Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal

RELEVANCIA: Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba

Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias.

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1			X							X					X	
2	X									X					X	
3				X						X					X	
4			X							X					X	
5				X						X					X	
6				X						X					X	
7	X									X					X	
8				X						X					X	
9				X						X					X	
10				X						X					X	

Nombre y Apellidos: JOHN EDUARD FORISUA PARRA

Formación Académica: M. Sc. Educación; Lic. Matemáticas; Esp. Estadística Aplicada; Esp. Pedagogía y didáctica de las matemáticas

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: 19 años

Firma: 

Fecha: 12 ABRIL - 2019

## VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

Indicación: Señor docente se solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde,

1. Muy poco    2. Poco    3. Regular    4. Aceptable    5. Muy aceptable

CLARIDAD: Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.

COHERENCIA: Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal

RELEVANCIA: Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba

Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias.

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1				X					X					X		Revisar la explicación sobre $l: a = 2:1$
2				X						X				X		Reemplazar "La expresión que" por "La función que"
3	X								X				X			Ninguna opción de respuesta es correcta. Unificar unidades de medición
4					X				X				X			Se sugiere incluir otra cotización
5				X						X			X			Punto repetitivo
6					X					X					X	Item válido
7				X						X				X		Esta más asociado al concepto general de función
8					X					X					X	Item válido
9					X					X					X	Item válido
10					X					X					X	Item válido

Nombre y Apellidos: Juan Carlos Rubriche Cárdenas

Formación Académica: Licenciado en Matemáticas, MSc en Ciencias - Matemáticas

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: 10 años

Firma: Juan C. Rubriche C.

Fecha: 12/04/2019

## VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

Indicación: Señor docente se solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde,

1. Muy poco    2. Poco    3. Regular    4. Aceptable    5. Muy aceptable

CLARIDAD: Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.

COHERENCIA: Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal

RELEVANCIA: Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba

Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias.

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1				X					X				X			
2					X					X					X	
3			X					X					X			
4			X						X				X			
5				X					X				X			
6				X					X				X			
7					X				X				X			
8				X					X				X			
9				X					X				X			
10				X					X				X			

Nombre y Apellidos: Miguel Francisco Domínguez Osorio

Formación Académica: Lic en Electrónica, Especialista en Estadística Aplicada, Maestro en Biomatemática y Bioestadística

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: 10 años

Firma: Miguel Francisco Domínguez Osorio

Fecha: 12 de Abril 2019

## VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

judicial

**Elaboración:** El sector docente solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación.

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde,

Exercício

1. Muy poco	2. Poco	3. Regular	4. Aceptable	5. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	------------------

**CLARIDAD:** Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.

**COHERENCIA:** Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal

**RELEVANCIA:** Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba

Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1				X		X					X					Battle con Utilizer Analogia <sup>Topo 100 - Ancho</sup> Topo 50 - Ancho
2			X						X					X		
3				X					X				X			Hay Referencia de punto superior.
4			X						X				X			Indicando Diferencia entre categorías
5				X					X					X		
6				X					X					X		
7				X				X						X		
8			X					X						X		Mejor que función linear; todo con computadora
9			X						X					X		Cambio permanente para el pto 9.
10				X					X					X		Unificando Porcentajes y los índices

Nombre y Apellidos: Roberto Lopez, M.

Formación Académica: Matemáticas (UNAL), Estadística Avanzada (FEU), Maestría en Estadística (UFPE)

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: 5 años

Firma: [Assinatura] Data: 16/12/2019

## VALIDEZ DE TEST: FUNCIÓN LÍNEA RECTA - JUICIO DE EXPERTO

Indicación: Señor docente se solicita su colaboración para que después de un riguroso análisis de la prueba Escrita "Test Función Lineal" para estudiantes de undécimo grado, con base a su experiencia y a su criterio profesional, valide cada ítem del instrumento teniendo en cuenta la claridad, coherencia y pertinencia, para su posterior aplicación

Nota: Para cada criterio considere la escala del 1 al 5 donde

1. Muy poco	2. Poco	3. Regular	4. Aceptable	5. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	------------------

CLARIDAD: Hace referencia a la fácil comprensión del ítem, a su adecuada sintáctica y semántica.

**COHERENCIA:** Se refiere a la relación que tiene el ítem con el tema de función lineal

**RELEVANCIA:** Se refiere a la importancia de ser incluido en la prueba

Nota: Si hay alguna observación escriba por favor sobre el criterio que se hace la observación. Gracias.

ITEM No	Claridad					Coherencia					Relevancia					Observaciones
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1			X						X					X	Reservar *esto quiere decir que... mides 3". Conocer * a quien me interesa.	
2															X	Quiero entender con estos 5 minutos de cómo trabajo Voz, C&C en lugar de F&C).
3		X								X				X		La información de costos NO está relacionada con el cómputo del encuestado, sino en la pregunta #2.
4					X					X					X	Unidades en ejm de los gráficos.
5					X					X					X	
6			X							X					X	Mostrar la escala en los gráficos.
7			X							X					X	Las opciones de respuesta 3, 4 y 6, d NO deben ser iguales.
8														X		Mostrar las opciones de respuesta. Se puede responder cual sea por decirlo así. Siendo que dice "a" marcar el primero de respuesta no es necesario.
9			X											X		Presionar como en pregunta 4.
10		X							X				X			El enunciado es confuso o confunde a una parte importante de la encuesta. Es necesario o necesario de mejorar.

Nombre y Apellidos: Jorge Luis Nisperuza Toledo

Formación Académica: Doctor en Ciencias - Físico

Años de experiencia como docente en el área de matemáticas: Diez (10)

Fls.: 11/12      Data: 2019/04/12

Anexo 5 – Pretest aplicado a GE<sub>1</sub> y a GC<sub>1</sub>

COLEGIO ALFREDO IRIARTE IED

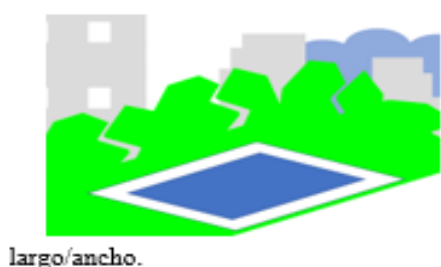
TEMA: FUNCIÓN LINEAL

GRADO: UNDÉCIMO

AÑO: 2019

A continuación, encontrará diez preguntas de selección múltiple con única respuesta, seleccione la respuesta correcta de acuerdo con cada enunciado.

Las preguntas 1 a 4 deben ser resueltas teniendo en cuenta la siguiente situación:



El club campestre Los Mejores, se encuentra ubicado al suroriente de la ciudad de Bogotá y tiene una extensión de 20 hectáreas. Actualmente cuenta con canchas de tenis, voleibol, baloncesto y microfútbol. También tiene zona de camping, restaurantes y un área de juegos infantiles. Dentro de sus atracciones falta una piscina, que puede llegar a ocupar un área máxima de  $1250 \text{ m}^2$ . Los lados de la piscina deben guardar cierta proporción con la razón

largo/ancho.

*Ilustración 1. Elaboración Propia*

Inicialmente se pensó en que el largo y el ancho de la piscina deben tener proporción con la razón: 2 a 1; esto quiere decir, que uno es doble del otro. En concordancia con la situación, de las siguientes opciones, seleccione la opción de las medidas que la piscina como máximo podría tener:

Largo = 40 m; Ancho = 20 m

Largo = 125 m; Ancho = 10 m

Ancho = 25 m; Largo = 50 m

Ancho = 30 m; Largo = 60 m

Se consulta al arquitecto Rojas por el costo total para construir la piscina. Él manifiesta que por construir la piscina cobra treinta millones de pesos por cargo fijo y, adicionalmente, por cada metro cúbico que tenga la piscina cobra dos millones de pesos. La expresión que representa el valor total de la piscina en función de los metros cúbicos que ocupe es:

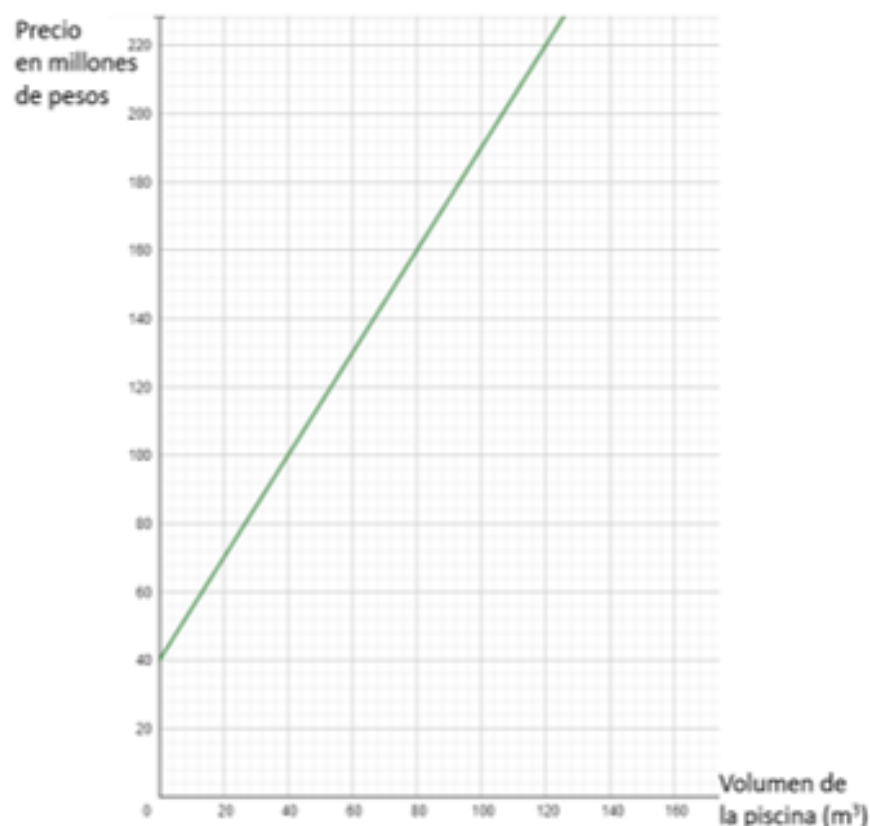
$f(x) = 30.000.000 + 2.000.000x$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina

$f(x) = 30.000.000x + 2.000.000$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina

$f(x) = 2.000.000x + 30.000.000$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina

$f(x) = 32.000.000x + x$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina

3. El área de la piscina como mínimo debe tener 250 metros cuadrados ( $250 \text{ m}^2$ ), como máximo, debe tener 1250 metros cuadrados ( $1250 \text{ m}^2$ ) y la profundidad puede variar entre 2 y 3 metros. Teniendo en cuenta esta información, el precio total que el arquitecto Rojas puede cobrar por la construcción de la piscina corresponde al intervalo (el intervalo está dado en millones de pesos):
- [530 , 7.530]
  - [530 , 2.530]
  - [1.030 , 5.030]
  - [1.030 , 7.530]
4. Haciendo la consulta de costo sobre la misma piscina al Arquitecto Tijaro, envía la siguiente gráfica de costos en función a los metros cúbicos:



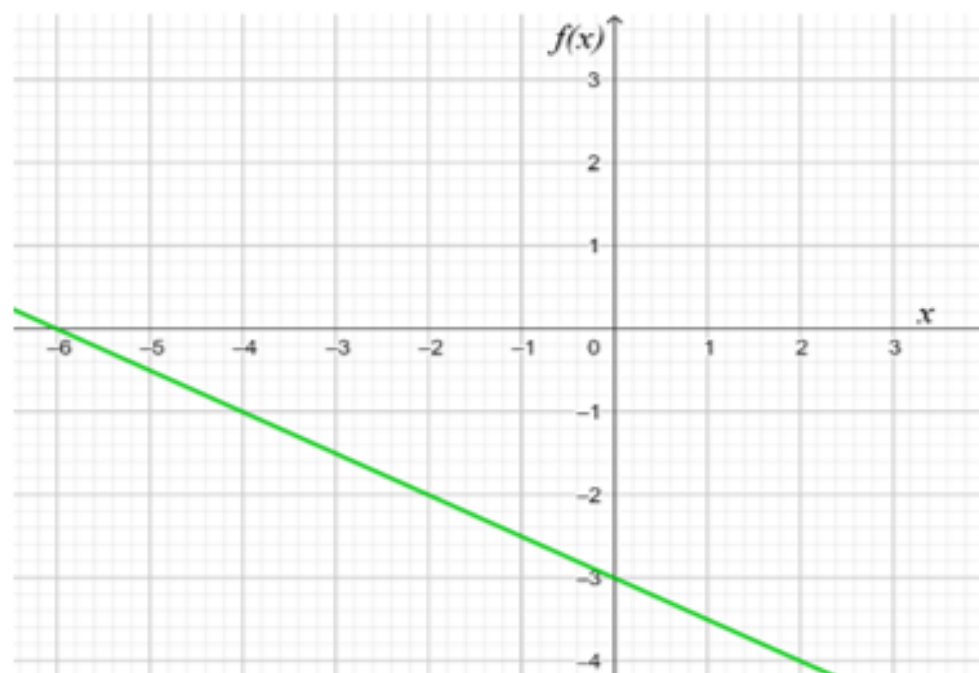
Gráfica 1. Elaboración propia

Si la  $x$  representa el volumen de la piscina (en metros cúbicos), la función que modela el costo en función del volumen de la piscina es:

- $f(x) = 1.000.000x$  millones de pesos
- $f(x) = 1.500.000x + 40.000.000$  millones de pesos
- $f(x) = 3.000.000x + 40.000.000$  millones de pesos
- $f(x) = 40.000.000x + 40.000.000$  millones de pesos



5. En la clase de undécimo grado Juanita y Valeria discuten acerca de la función que corresponde a la siguiente gráfica:



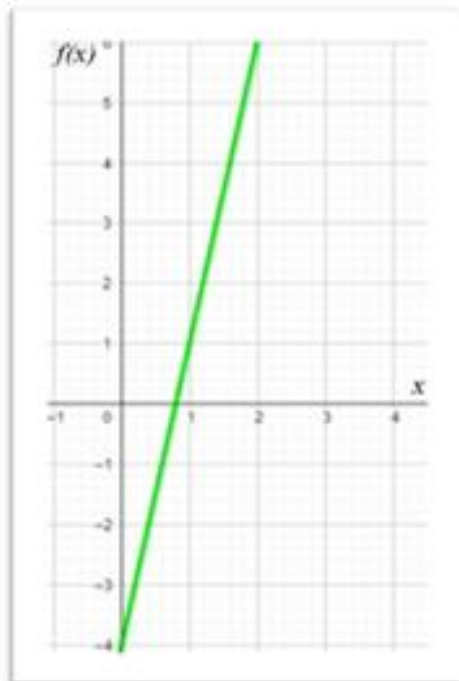
Fuente: Elaboración propia

Después de discutir, deciden preguntan al profesor ¿cuál de las cuatro opciones es la correcta?, el profesor afirma que la correcta es:

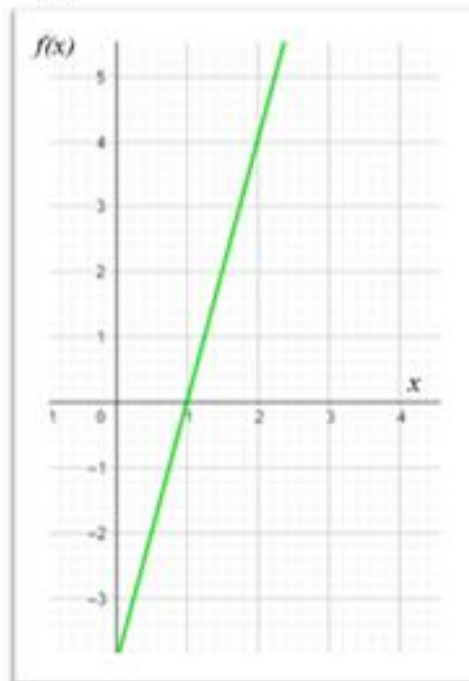
- a.  $f(x) = -\frac{1}{6}x - 3$
- b.  $f(x) = -\frac{1}{3}x - 6$
- c.  $f(x) = -\frac{1}{3}x - 3$
- d.  $f(x) = \frac{1}{3}x - 6$

6. En concordancia con las indicaciones dadas en la clase, Juanita y Valeria después de entender el tema afirmarían de manera correcta que la gráfica que representa a la expresión algebraica  $f(x) = 5x - 4$  es:

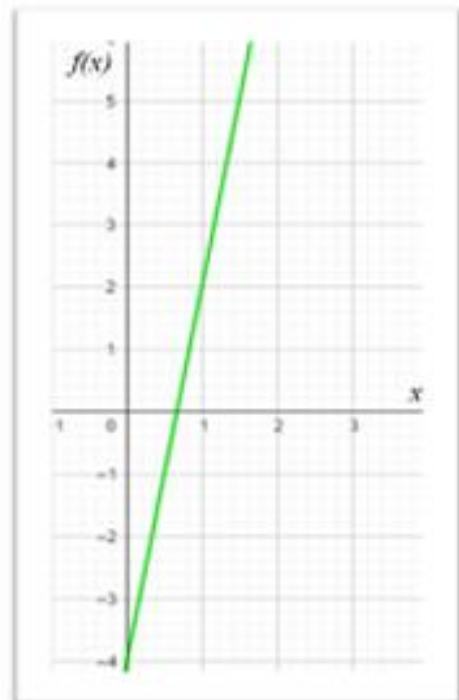
a.



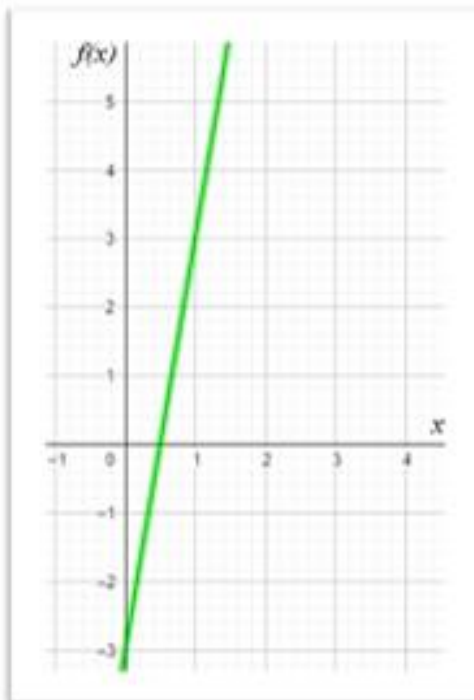
b.



c.



d.



7. De la función  $f(x) = -\sqrt{2}x + 5$ ; el dominio, rango e intersección con los ejes de coordenadas respectivamente son:

a.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
R	R	$\frac{5}{\sqrt{2}}$	5

b.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
Q	R	$\frac{\sqrt{2}}{5}$	5

c.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
R	R	$-\frac{5}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}$

d.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
R	Q	$-\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}$

Las preguntas 8 a 10 deben ser respondidas teniendo en cuenta la siguiente situación.

La empresa Gas Natural en Bogotá, ahora llamada “~~Vanti~~”, al facturar el servicio mensual de gas tiene en cuenta los metros cúbicos ( $m^3$ ) que se consumieron durante el mes. En el estrato 2 el cobro de este servicio funciona de la siguiente manera:

- Si el consumo de gas va hasta 20 metros cúbicos ( $20m^3$ ) cada metro cúbico costará 1.972 pesos; esos metros cúbicos tendrán un subsidio del 43.7%
  - Pero si se consumen más de 20 metros cúbicos, cada metro cúbico por encima de los 20 será cobrado a 1.722 pesos y no tendrá subsidio.
8. La familia Rodríguez gastó en los primeros dos meses del año:  $18 m^3$  y  $23 m^3$ , respectivamente. De las siguientes tablas escoja la que corresponda al consumo de la Familia Rodríguez respectivamente en los dos primeros meses: dichos meses

c.

Mes	Enero	Febrero
Consumo	18	23
Total	15.511	22.401

Mes	Enero	Febrero
Consumo	18	23
Total	15.511	39.606

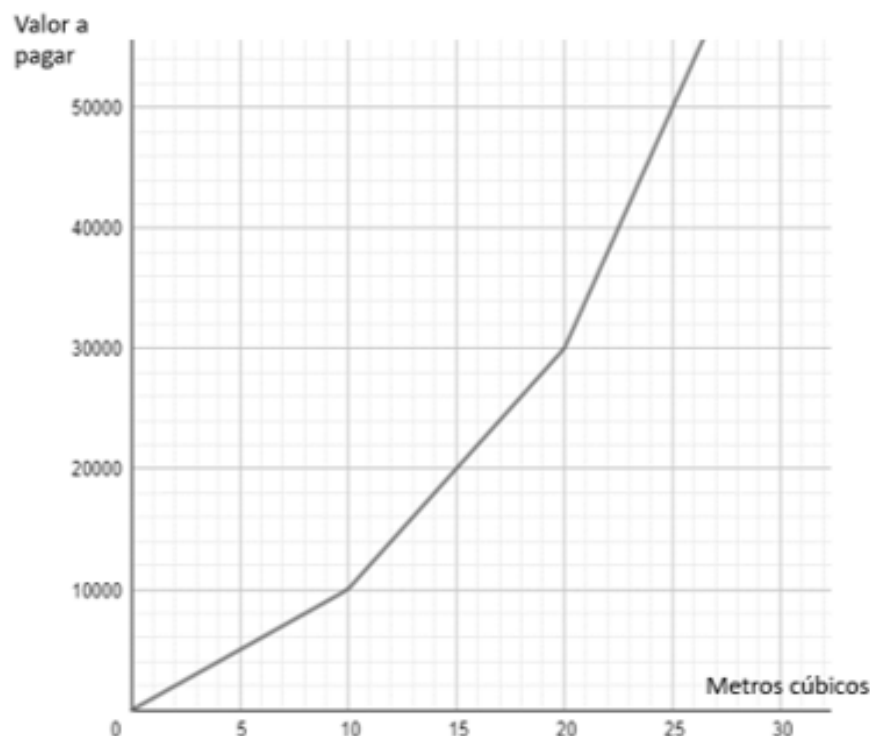
d.

Mes	Enero	Febrero
Consumo	18	23
Total	19.984	27.371

Mes	Enero	Febrero
Consumo	18	23
Total	30.996	44.606



9. La expresión que modela el precio del recibo en función a los metros cúbicos consumidos, donde  $x$  representa los metros cúbicos de consumo, para un usuario que gaste más de 20 metros cúbicos de gas sería:
- $f(x) = 1972 \cdot 20x - 43,7\%x + 1722(x - 20)$
  - $f(x) = 39440 - (0,437 \cdot 39440)x + 1722 x$
  - $f(x) = 1972 \cdot 20 - (0,437 \cdot 39440) + 1722 x$
  - $f(x) = 1972 \cdot 20 + 1722(x - 20) - (1972 \cdot 20 \cdot 0,437)$
10. La nueva empresa ~~GasCiudad~~ hace una propuesta diferente de costos para el servicio de gas en la ciudad de Bogotá. En la siguiente gráfica se muestra la propuesta de costos para el estrato 2; el precio está en función de los metros cúbicos de gas que se consuman



Gráfica 4. Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que la pendiente de una función lineal se expresa como:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , al revisar la gráfica 4, no es correcto afirmar que:

- La pendiente para el intervalo  $[0,10]$  es de 1.000
- La pendiente para el intervalo  $[0,10]$  es mayor que la pendiente en el intervalo  $(20, 25]$
- La pendiente para el intervalo  $(10,20]$  es de 2000
- La pendiente para el intervalo  $(10,20]$  es mayor que la pendiente del intervalo  $[0,10]$

## Anexo 6 - Guía de trabajo de Pendiente de Recta.

En la sesión tres de la unidad didáctica se presenta unas imágenes (Ver Anexo: Unidad Didáctica) y de allí los estudiantes completan la siguiente guía.

### PENDIENTE DE LA FUNCIÓN LINEAL

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Haciendo la construcción en GeoGebra: “ $mx$ ”; Observe y responda: ¿Qué sucede cuando se da “play” al deslizador?

Marque la respuesta correcta:

¿Hacia qué lado se inclina la recta cuando la pendiente es  $-5$  ( $m = -5$ )? Derecha \_\_\_\_ Izquierda \_\_\_\_ Horizontal \_\_\_\_

¿Hacia qué lado se inclina la recta cuando la pendiente es  $5$  ( $m = 5$ )? Derecha \_\_\_\_ Izquierda \_\_\_\_ Horizontal \_\_\_\_

¿Qué sucede cuando la pendiente es  $0$ ? Derecha \_\_\_\_ Izquierda \_\_\_\_ Horizontal \_\_\_\_

Al aumentar la pendiente en los valores positivos:  $1$ ,  $3$  y  $5$ , ¿Qué cambios observa en la inclinación?

Aumenta la inclinación con respecto al eje  $x$  \_\_\_\_ Disminuye la inclinación con respecto al eje  $x$  \_\_\_\_

Al disminuir la pendiente en los valores negativos  $-1$ , a  $-3$  y a  $-5$ , ¿Qué cambios observa en la inclinación?

Aumenta la inclinación con respecto al eje  $x$  \_\_\_\_ Disminuye la inclinación con respecto al eje  $x$  \_\_\_\_

Responda las dos preguntas en cada uno de los siguientes ejercicios y halle la pendiente del desplazamiento del balón.

#### Ejercicio a

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo  $+$  o  $-$ )? \_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$m =$  \_\_\_\_

#### Ejercicio d

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo  $+$  o  $-$ )? \_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$m =$  \_\_\_\_

Ejercicio b

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo + o -)? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$$m =$$

Ejercicio c

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo + o -)? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$$m =$$

Ejercicio e

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo + o -)? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$$m =$$

Ejercicio f

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto verticalmente (tener en cuenta el signo + o -)? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades se desplazó el objeto horizontalmente? \_\_\_\_

$$m =$$

1. Encontrar la pendiente de la respectiva escalera en cada situación

a. Escalera 1

$$m =$$

b. Escalera 2

$$m =$$

2. Hallar la pendiente de desplazamiento de A a A' en cada caso

a.  $m =$

b.  $m =$

c.  $m =$

3. Teniendo en cuenta la fórmula de la pendiente  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ; hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos

a)  $(-8, 5); (-5, -3)$

b)  $(0, 5); (-5, -5)$

c)  $(-8, 8); (-5, -5)$

## Anexo 7 - Guía de trabajo de Punto de Corte

En la sesión cuatro de la unidad didáctica, haciendo uso de la AM GeoGebra se desarrollan unas actividades y de allí los estudiantes completan la siguiente guía.

### PUNTO DE CORTE DE LA FUNCIÓN LINEAL

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

**Haciendo la construcción en GeoGebra: " $x+b$ "; Observe y responda:**

¿Qué sucede cuando se da "play" al deslizador?

\_\_\_\_\_

¿En alguno valor de  $b$  cambia la posición de la recta? \_\_\_\_\_

**Marque la respuesta correcta:**

¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto el punto de corte  $b$  es  $-5$  ( $b = -5$ )?

Hacia arriba \_\_\_\_ Hacia Abajo \_\_\_\_

¿En qué sentido se desplaza la recta cuando el punto el punto de corte  $b$  es  $+5$  ( $b = +5$ )?

Hacia arriba \_\_\_\_ Hacia Abajo \_\_\_\_

## Anexo 8 – Test de percepción

2:12

4G

55%

# Percepción de la aplicación GeoGebra desde el celular o la tablet en la clase de cálculo.

El presente test tiene como fin conocer la percepción que usted tiene como estudiante después de haber trabajado la temática de función lineal utilizando la aplicación GeoGebra a través del celular o la tablet en la clase de cálculo.

**\*Obligatorio**

**Curso \***

Elige ▼

**Nombres \***

Tu respuesta

**Apellidos \***

Tu respuesta

## Opinión

Responda cada una de las preguntas de manera sincera, explicando su respuesta

Escriba su opinión frente a la aplicación GeoGebra y al uso de dispositivos móviles en clase de Cálculo \*

Tu respuesta

---

¿Qué situaciones y sentimientos me generó utilizar GeoGebra en la clase de Cálculo? \*

Tu respuesta

---

## GeoGebra

Esta sesión contiene una serie de enunciados relacionados con su opinión, percepción y sentir, frente a la aplicación GeoGebra. Lea cada enunciado atentamente e indique en que medida está en acuerdo o desacuerdo con cada enunciado según corresponda.

Seleccione una sola opción para cada afirmación \*

	Siempre	Casi siempre	Normalmente	Algunas veces	Nunca
Es fácil utilizar GeoGebra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me gusta utilizar GeoGebra en las clases de cálculo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Tener la aplicación GeoGebra en mi celular o tablet me permite aprender en cualquier momento y lugar

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

GeoGebra me permite relacionar las diferentes representaciones de la función lineal

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

GeoGebra me ayuda a aprender conceptos matemáticos

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Me gusta que se use el celular o la tablet en las clases de Cálculo

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Al utilizar  
celular o tablet  
mejoro mi  
comprensión  
de los temas  
en Cálculo

☐☐☐☐☐

Las  
aplicaciones  
que se  
descargan en  
el celular o  
tablet  
contribuye a  
mejorar mi  
desempeño  
académico

☐☐☐☐☐

Es importante  
el uso del  
celular o tablet  
en las clases

☐☐☐☐☐

Me siento  
motivado a  
trabajar y  
participar en  
las clases de  
Cálculo  
cuando utilizo  
el celular o la  
tablet

☐☐☐☐☐

ATRÁS

ENVIAR

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.





## Anexo 9 – Ventajas e inconvenientes del uso de las Tecnologías de la Comunicación y la Información en la Realidad Educativa.

### **VENTAJAS DEL USO DE LAS TIC**

Una de las ventajas más obvias y más importantes es la motivación, los alumnos normalmente al usar los recursos TIC se encuentran muy motivados lo que conlleva en un principio que el alumno se encuentre más predispuesto al aprendizaje, esta motivación hará que los alumnos tengan más atención puesta en la actividad y por tanto se puedan reforzar los objetivos a conseguir. Esto último traerá consigo también otra ventaja que será el aumento de la participación por parte de los alumnos lo que propiciará el desarrollo de iniciativas dado que las actividades TIC lleva consigo la constante toma de decisiones ante las respuestas del ordenador a sus acciones, la interacción es constante y por lo tanto se desarrolla el trabajo individualizado y creativo.

Esto va a llevar consigo la retroalimentación constante al exigir el medio respuestas y acciones de inmediato de los usuarios, lo que va a permitir a los alumnos conocer sus errores inmediatamente que se producen y ofreciendo el programa actividades de ensayo-error casi inmediatas.

Otra ventaja serán los canales de comunicación que proporciona Internet que facilitan el contacto entre los alumnos y con los profesores. Mayor comunicación entre profesores y alumnos, lo que facilita preguntar dudas en el momento en que surgen, además las tareas educativas realizadas con ordenador permiten obtener un alto grado de interdisciplinariedad debido a que gran capacidad de almacenamiento permite realizar un amplio espectro de actividades y por lo tanto expande nuestro medio de educar, abriendo el abanico día a día con el desarrollo constante de la tecnología.

Las TIC son ideales también para el trabajo en grupo, por lo que provocan el intercambio de ideas, la cooperación y el desarrollo de la personalidad del niño, lo que hace a su vez que entre los miembros del grupo busquen la solución para un problema, compartan la información y por tanto actúen en equipo, la actividad casi constante hará que el aburrimiento no llegue y por tanto el proceso educativo sea más grato.

También va a ser importante que el alumno desarrolle la habilidad de manejarse bien con el ordenador y con los entresijos de internet y de los buscadores, con lo que con el tiempo irá siendo más hábil en la búsqueda de información. Con esto conseguiremos a la vez que el niño vaya adquiriendo la competencia digital que le será tan importante en el futuro. Las herramientas que proporcionan las TIC van a facilitar el desarrollo de habilidades de expresión y va hacer que el alumno utilice su creatividad, además de manejar gran cantidad de información con una variopinta cantidad de programas y recursos en el que siempre podrá encontrar uno que se adapta a su nivel y a sus preferencias.

Tomadas de: “Ventajas e inconvenientes del uso de las tecnologías de la comunicación y la información en la realidad educativa” de Vicente Soler Pérez (2008, p 3-4)

### **INCONVENIENTES DEL USO DE LAS TIC**

Uno de los principales inconvenientes va a ser la dispersión de la información debido fundamentalmente a la ingente cantidad de contenidos que encontramos en la red, lo que puede llevar al alumno a desviarse de los objetivos principales de la actividad, además de complicar mucho llegar al objetivo de encontrar lo que buscamos, ya que cuando empleamos un buscador nos salen tantas fuentes que tendríamos que dar a los alumnos unas orientaciones de cómo buscar y seleccionar los contenidos que queremos que lleguen a ellos realmente.

Además de la dificultad de encontrar los contenidos adecuados la red puede también ofrecer para los alumnos la tentación de entrar en páginas de ocio, juegos, videos, etc, perdiendo el objetivo principal del empleo de las TIC. Todas estas dificultades tendrán el factor común de llevar consigo la pérdida de tiempo, a lo que se suma los factores

técnicos en tanto en cuanto se nos queda el ordenador “colgado”, no hay conexión a internet, no existe la página y otros factores que todos hemos padecido alguna vez frente al ordenador.

Otras veces las informaciones que encontramos no son fiables, hay muchas páginas donde el contenido no es científico o simplemente es opinable, la misma wikipedia, muy utilizada, puede llegar a contener contenido incorrecto ya que cualquier usuario puede editar las distintas páginas. La tendencia de los alumnos a recortar el tiempo puede llegar a utilizar indebidamente la función de copiar y pegar, por lo que deberemos hacer un esfuerzo extraordinario para evitar esta desviación en nuestro objetivo. El ordenador puede llegar también a cansar o aburrir por su excesivo uso, con lo cual perderíamos la ventaja más importante que es la de la motivación.

Hemos querido aquí destacar las ventajas e inconvenientes más importantes en el uso de las TIC, en el uso continuado encontraremos otros muchos pequeños matices que añadir con el trabajo del día a día, si bien como resumen final decir que en términos generales siempre serán mucho más las ventajas que los inconvenientes, será labor del docente encaminar la labor de nuestros alumnos hacia lo primero

Tomadas de: “Ventajas e inconvenientes del uso de las tecnologías de la comunicación y la información en la realidad educativa” de Vicente Soler Pérez (2008, p 3-4)

Anexo 10 - Postest aplicado a GE<sub>1</sub>, GE<sub>2</sub>, GC<sub>1</sub> y GC<sub>2</sub>

**COLEGIO ALFREDO IRIARTE**  
**TEMA: FUNCIÓN LINEAL**  
**GRADO: UNDÉCIMO**  
**AÑO: 2019**

A continuación, encontrará diez preguntas de selección múltiple con única respuesta, seleccione la respuesta correcta de acuerdo con cada enunciado.

Las preguntas 1 a 4 deben ser resueltas teniendo en cuenta la siguiente situación:



El club campestre Los Mejores, se encuentra ubicado al suroriente de la ciudad de Bogotá y tiene una extensión de 20 hectáreas. Actualmente cuenta con canchas de tenis, voleibol, baloncesto y microfútbol. También tiene zona de camping, restaurantes y un área de juegos infantiles. Dentro de sus atracciones falta una piscina, que puede llegar a ocupar un área máxima de  $800 \text{ m}^2$ . Los lados de la piscina deben guardar cierta proporción con la razón largo/ancho.

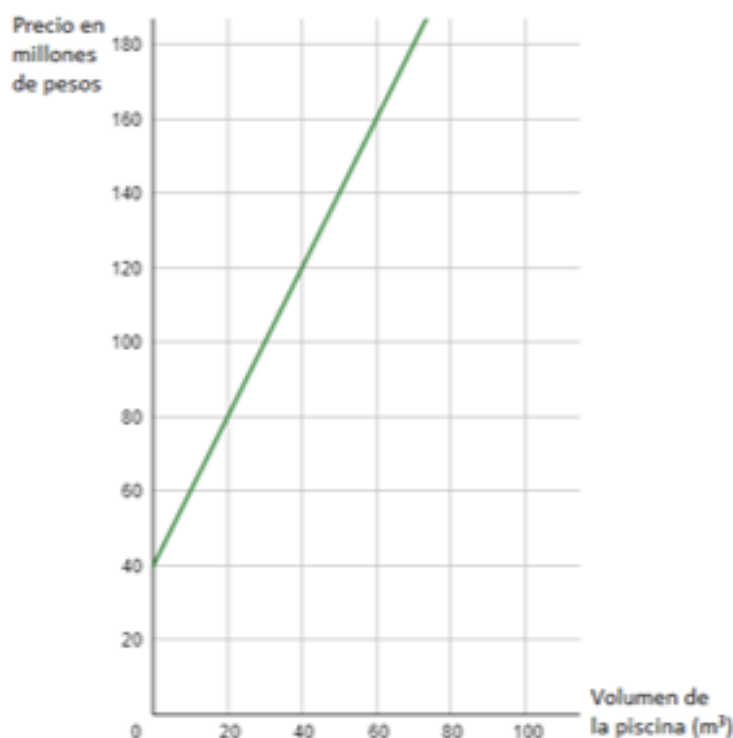
*Ilustración 1. Elaboración Propia*

1. Inicialmente se pensó en que el largo y el ancho de la piscina deben tener proporción con la razón: 2 a 1; esto quiere decir, que uno es doble del otro. En concordancia con la situación, de las siguientes opciones, seleccione la opción de las medidas que la piscina como máximo podría tener:
  - a. Largo = 80 m; Ancho = 10 m
  - b. Largo = 50 m; Ancho = 25 m
  - c. Largo = 40 m; Ancho = 20 m
  - d. Largo = 60 m; Ancho = 30 m
  
2. Se consulta al arquitecto Rojas por el costo total para construir la piscina. Él manifiesta que por construir la piscina cobra veintiocho millones de pesos por cargo fijo y, adicionalmente, por cada metro cúbico que tenga la piscina cobra dos millones quinientos mil de pesos. La expresión que representa el valor total de la piscina en función de los metros cúbicos que ocupe es:
  - a.  $f(x) = 28.000.000 + 2.500.000 + x$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina
  - b.  $f(x) = 28.000.000x + 2.500.000$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina
  - c.  $f(x) = 2.500.000x + 28.000.000$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina
  - d.  $f(x) = 30.500.000x + x$ , donde  $x$  representa los metros cúbicos de la piscina

3. El área de la piscina como mínimo debe tener 250 metros cuadrados ( $250 \text{ m}^2$ ), como máximo, debe tener 800 metros cuadrados ( $800 \text{ m}^2$ ) y la profundidad puede variar entre 2 y 3 metros. Teniendo en cuenta esta información, el precio total que el arquitecto Rojas puede cobrar por la construcción de la piscina corresponde al intervalo (el intervalo está dado en millones de pesos):

- a)  $[653, 2.028]$
- b)  $[653, 1.278]$
- c)  $[1.278, 2.028]$
- d)  $[1.278, 6.028]$

4. Haciendo la consulta de costo sobre la misma piscina a otro Arquitecto Tijaro, él envía la siguiente gráfica de costos en función a los metros cúbicos:



Gráfica 1. Elaboración propia

Si la  $x$  representa el volumen de la piscina (en metros cúbicos), la función que modela el costo en función del volumen de la piscina es:

- a.  $f(x) = 1.000.000x$  millones de pesos
- b.  $f(x) = 1.000.000x + 40.000.000$  millones de pesos
- c.  $f(x) = 2.000.000x + 40.000.000$  millones de pesos
- d.  $f(x) = 40.000.000x + 2.000.000x$  millones de pesos

5. En la clase de undécimo grado Juanita y Valeria discuten acerca de la función que corresponde a la siguiente gráfica:



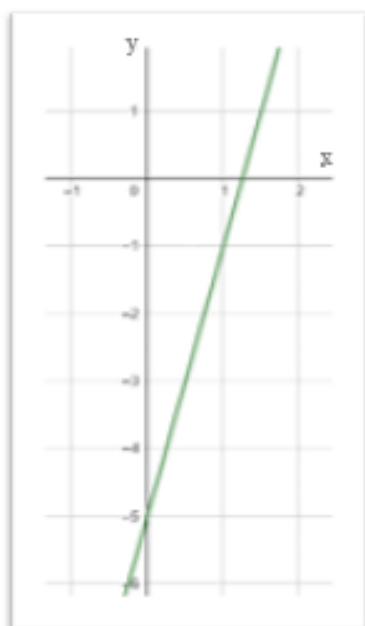
Fuente: Elaboración propia

Después de discutir, deciden preguntan al profesor ¿cuál de las cuatro opciones es la correcta?, el profesor afirma que la correcta es:

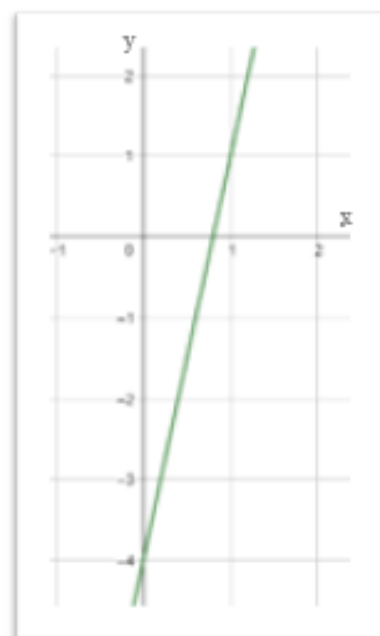
- a.  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 1$
- b.  $f(x) = -\frac{2}{2}x - 1$
- c.  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$
- d.  $f(x) = -\frac{2}{2}x - 2$

6. En concordancia con las indicaciones dadas en la clase, Juanita y Valeria después de entender el tema afirmarían de manera correcta que la gráfica que representa a la expresión algebraica  $f(x) = 4x - 5$  es:

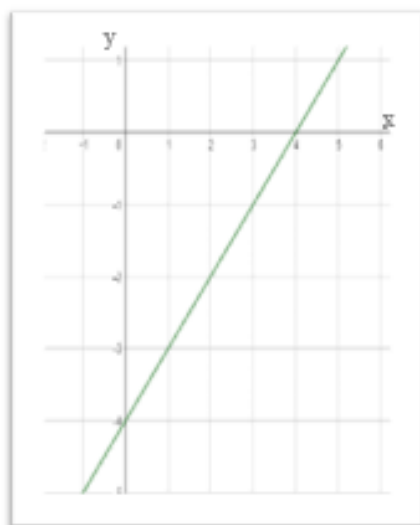
a.



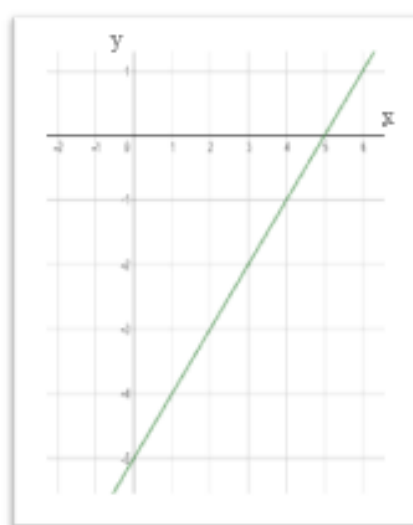
b.



c.



d.



7. De la función  $f(x) = -2x + 5$ ; el dominio, rango e intersección con los ejes de coordenadas respectivamente son:

a.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\frac{5}{2}$	5

b.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\frac{2}{5}$	5

c.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$-\frac{5}{2}$	-2

d.

Dominio	Rango	Intersección eje x	Intersección eje y
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$-\frac{2}{5}$	-2

Las preguntas 8 a 10 deben ser respondidas teniendo en cuenta la siguiente situación.

En Claro existe un servicio adicional llamado Claro Video por Catálogo; es un servicio de suscripción y alquiler en línea que ofrece acceso a 35.000 títulos de películas, series, documentales y conciertos. Este servicio tiene un costo aproximado de 14.000 pesos mensuales, que son adicionales al precio mensual que tiene el paquete Triple Play @10 Mb HD; sin embargo, algunas películas no las cubre el cargo fijo mensual, y para su alquiler se debe pagar un promedio de 7.000 pesos.

8. La familia Iriarte quienes viven en estrato 2, pagan por el paquete Triple Play @10 Mb HD un costo de 109.000 pesos. Si adicional tiene en servicio de Claro Video por Catálogo y alquilaron en los dos primeros meses del año, diez y cinco películas respectivamente, los costos a pagar en la factura de Claro fueron:

a.

Mes	Enero	Febrero
Películas en Alquiler	10	5
Total	179.000	144.000

c.

Mes	Enero	Febrero
Películas en Alquiler	10	5
Total	193.000	158.000

b.

Mes	Enero	Febrero
Películas en Alquiler	10	5
Total	228.000	193.000

d.

Mes	Enero	Febrero
Películas en Alquiler	10	5
Total	70.000	35.000

9. Sabiendo que para alquilar películas en Claro Video se debe pagar la suscripción a *Claro Video por Catálogo*, la expresión que modela dicho recargo, siendo  $x$  el número de películas que se alquilan al mes, es:
- $f(x) = 14.000x + 35.000x + 7.000x$
  - $f(x) = 109.000 + 14.000 + 7.000x$
  - $f(x) = 14.000 + 7.000x$
  - $f(x) = 109.000 + 7000x$
10. La nueva empresa *hbTV*, una propuesta diferente de costos para el servicio de alquiler de películas en línea. El costo mensual por este servicio es de 12.000 pesos y el alquiler de películas varía según la cantidad de películas en el mes, como se muestra en la gráfica:

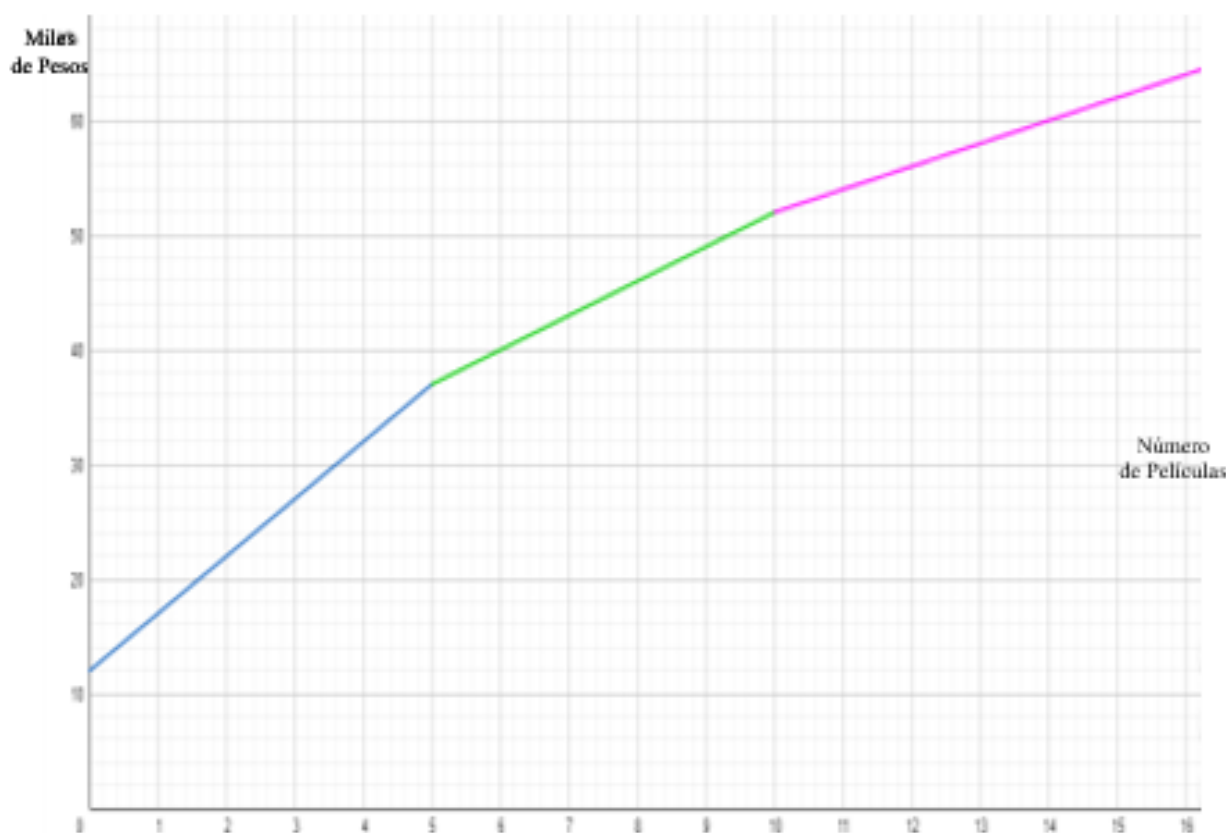


Gráfico 4. Fuente: Elaboración propia

Al revisar la gráfica No. 4, **no es correcto** afirmar que:

- La pendiente para el intervalo  $[0,5]$  es de 5.000
- La pendiente para el intervalo  $(5,10]$  es mayor que la pendiente en el intervalo  $(10, 16]$
- La pendiente para el intervalo  $(10,16]$  es de 3.000
- La pendiente para el intervalo  $(10,16]$  es menor que la pendiente del intervalo  $[0,5]$



Anexo 11 – Resultados de Postest aplicado a GE<sub>1</sub>, GE<sub>2</sub>, GC<sub>1</sub> y GC<sub>2</sub>

En las siguientes tablas la C representa la respuesta correcta y la I la respuesta incorrecta.

GRUPO	TEST	CODIGO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Correctas	% Correctas
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -01	I	I	I	C	C	C	C	C	C	I	6	60
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -02	C	C	C	C	C	C	C	I	I	I	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -03	C	C	C	C	C	C	C	I	I	I	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -04	C	I	C	I	C	C	C	I	C	C	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -05	C	C	C	C	C	C	I	I	I	C	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -06	I	C	I	I	I	C	I	I	I	I	2	20
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -07	I	C	I	I	C	C	C	C	I	I	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -08	I	I	I	I	C	I	C	C	I	I	3	30
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -09	C	C	C	C	C	C	C	I	I	C	8	80
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -10	I	C	I	I	C	C	I	I	I	I	3	30
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -11	C	I	I	I	I	C	C	C	I	C	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -12	I	C	I	I	I	C	I	I		I	2	20
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -13	I	I	I	C	C	C	C	I	I	C	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -14	C	C	C	C	C	C	C	I	C	C	9	90
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -15	C	I	I	C	I	C	I	C	I	C	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -16	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	9	90
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -17	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	9	90
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -18	C	C	I	I	I	C	C	I	I	C	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -19	C	C	I	C	C	C	C	C	I	C	8	80
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -20	C	C	I	C	C	C	C	I	I	C	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -21	C	C	C	I	C	C	C	I	I	C	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -22	I	C	I	C	C	C	C	I	C	I	6	60
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -23	C	C	I	C	C	C	C	C	C	C	9	90
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -24	I	I	I	C	C	C	C	I	I	I	4	40
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -25												Retirado
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -26	C	C	C	C	C	C	I	C	C	I	8	80
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -27	C	I	I	C	C	C	C	I	C	C	7	70
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -28	C	I	I	C	I	C	C	I	C	I	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -29	C	I	I	I	C	C	I	I	I	I	3	30

GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -30	I	I	I	C	C	C	C	I	I	C	5	50
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -31	I	C	I	C	C	C	C	I	I	C	6	60
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -32	C	C	I	I	I	C	C	I	I	I	4	40
GE <sub>1</sub>	POS TEST	GE <sub>1</sub> -33	C	C	C	I	C	C	C	I	I	C	7	70

GRUPO	TEST	CODIGO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	CORRECTAS	% CORRECTAS
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -01	I	I	C	I	C	C	C	I	I	I	4	40
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -02	I	I	I	I	C	C	C	I	I	I	3	30
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -03	C	C	C	C	C	C	C	I	I	I	7	70
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -04	C	C	C	C	C	C	C	I	I	I	7	70
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -05	C	I	C	I	C	C	C	I	C	C	7	70
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -06	C	I	I	I	C	C	I	C	I	C	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -07	C	I	I	C	I	C	I	C	C	C	6	60
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -08	C	C	C	C	C	C	I	C	I	C	8	80
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -09	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	9	90
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -10	I	I	I	I	C	C	C	I	C	C	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -11	C	C	C	C	C	C	I	C	C	I	8	80
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -12	C	I	I	C	C	C	C	I	C	C	7	70
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -13	C	I	I	C	I	C	C	I	C	I	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -14	C	I	C	I	I	C	I	C	I	I	4	40
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -15												No asistió
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -16	I	C	C	I	C	C	I	I	C	I	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -17	C	I	I	I	C	C	I	I	C	C	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -18	I	C	I	C	C	C	C	I	I	C	6	60
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -19	C	C	C	C	C	I	I	I	C	I	6	60
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -20	C	C	I	I	C	C	I	I	I	I	4	40
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -21	I	C	I	C	I	I	I	I	I	C	3	30
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -22	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	2	20
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -23												No asistió
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -24	C	C	C	I	C	C	I	I	I	C	6	60
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -25	I	I	I	I	I	C	I	I	I	C	2	20
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -26	C	C	I	I	I	C	I	I	C	I	4	40

GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -27	C	C	C	C	C	C	C	C	I	I	8	80
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -28	C	C	C	C	C	I	I	I	I	C	6	60
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -29	C	C	C	C	C	C	I	I	C	I	7	70
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -30	C	I	I	I	I	C	C	C	I	C	5	50
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -31												No asistió
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -32	C	I	I	C	I	C	I	I	C	I	4	40
GE <sub>2</sub>	POS TEST	GE <sub>2</sub> -33	C	I	C	I	C	C	C	I	C	C	7	70

GRUPO	TEST	CODIGO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	CORRECTAS	% CORRECTAS
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -01	C	C	I	I	I	C	I	I	C	I	4	40
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -02	C	I	I	C	C	C	I	C	C	I	6	60
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -03	I	C	C	I	I	C	C	C	C	I	6	60
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -04	I	C	I	I	C	I	I	I	C	I	3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -05	I	I	I	I	I	I	I	C	I	I	1	10
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -06	I	C	I	I	I	I	I	C	C	C	4	40
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -07	I	I	C	I	C	C	I	I	I	C	4	40
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -08												Retirado
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -09	C	I	I	I	I	C	I	I	I	C	3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -10												No asistió
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -11	C	C	C	I	I	C	C	I	I	I	5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -12	C	C	C	I	I	C	I	C	I	I	5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -13	C	C	C	I	C	I	I	I	I	C	5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -14	C	C	I	C	C	I	I	C	I	C	6	60
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -15	I	I	I	I	I	I	C	C	I	I	2	20
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -16	C	I	I	I	C	I	I	I	I	I	2	20
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -17	C	C	I	I	C	I	C	I	C	I	5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -18	C	C	I	I	I	I	C	I	I	I	3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -19	C	C	I	C	I	I	I	I	I	I	3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -20	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	2	20
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -21	I	C	I	I	C	I	I	I	I	I	2	20
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -22												Retirado
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -23	C	C	I	I	I	C	I	I	C	I	4	40

GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -24													No asistió
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -25	I	I	I	I	I	C	C	C	I	I		3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -26	I	I	I	C	I	C	C	C	I	C		5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -27	C	I	I	I	C	C	I	I	C	I		4	40
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -28	C	C	I	I	I							2	20
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -29	I	C	C	I	C	C	I	C	I	I		5	50
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -30	C	I	I	I	I	C	I	I	C	I		3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -31													No asistió
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -32	I	I	C	I	I	I	C	I	C	I		3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -33	C	C	I	I	I	I	C	I	I	I		3	30
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -34	I	C	I	C	C	C	I	I	C	C		6	60
GC <sub>1</sub>	POS TEST	GC <sub>1</sub> -35	C	C	I	I	C	I	I	I	I	I		3	30

GRUPO	TEST	CODIGO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	CORRECTAS	% CORRECTAS
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -01	I	I	I	C	C	I	I	I	I	I	2	20
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -02	I	I	I	I	I	I	I	I	I	C	1	10
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -03	I	I	I	C	I	I	I	C	C	I	3	30
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -04	C	C	I	I	I	I	C	I	C	I	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -05	I	I	I	I	I	C	C	I	I	I	2	20
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -06												No asistió
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -07	C	I	C	C	I	I	I	C	C	I	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -08	C	I	I	I	C	I	I	C	C	C	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -09	I	C	I	I	I	I	I	I	I	I	1	10
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -10	C	I	I	C	I	I	C	I	I	C	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -11	I	I	I	C	C	C	I	I	I	I	3	30
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -12	C	I	I	I	C	I	I	I	I	I	2	20
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -13	C	C	I	C	C	C	I	C	C	I	7	70
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -14	C	I	C	C	C	I	C	C	I	I	6	60
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -15	C	I	I	I	C	I	I	I	C	C	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -16	C	C	C	C	I	I	I	I	C	I	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -17	C	C	I	C	I	C	I	I	I	C	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -18	C	I	I	C	I	C	C	I	I	I	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -19	C	C	C	I	I	I	C	I	I	I	4	40

GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -20	C	I	I	C	C	I	C	I	C	C	6	60
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -21	C	I	C	C	I	I	I	C	I	I	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -22	I	C	I	I	I	C	I	C	C	I	4	40
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -23	C	C	I	I	C	I	C	C	C	I	6	60
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -24	C	C	I	C	C	C	C	I	C	I	7	70
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -25	C	C	I	I	C	I	I	C	C	I	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -26	C	C	C	I	I	I	C	I	C	I	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -27												No asistió
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -28	C	I	C	C	C	I	I	I	C	I	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -29	C	C	C	C	I	I	C	C	I	I	6	60
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -30	C	C	I	C	C	C	I	C	I	C	7	70
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -31	C	I	I	I	C	I	C	I	C	C	5	50
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -32	I	I	C	C	C	I	I	I	I	I	3	30
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -33	I	I	C	C	C	I	I	I	I	I	3	30
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -34	C	C	C	C	I	I	C	C	C	C	8	80
GC <sub>2</sub>	POS TEST	GC <sub>2</sub> -35	I	I	C	C	C	I	I	I	I	I	3	30

## Anexo 12. Guía de aplicaciones sesión 5

1. Una empresa fabrica bombillos; semanalmente hay un gasto fijo de producción, el cual es de 250.000 pesos, adicionalmente a este costo la empresa debe invertir 5.000 pesos por cada uno de los bombillos que fabrica.

Complete la siguiente tabla de los costos de la producción de bombillos en las últimas semanas de acuerdo con los bombillos fabricados cada semana.

Bombillos fabricados por Semana	80	10	50	100	25	60
Costos fijos de fabricación						
Costo por cantidad de bombillos						
Costo total de producción por semana						

- ¿Cuál es la fórmula que modela la situación de costos en una semana?
- Grafique la situación en el plano cartesiano

2. En Claro existe **un servicio adicional** llamado Claro Vídeo; es un servicio de suscripción y alquiler en línea que ofrece acceso a películas, series, documentales y conciertos, este servicio tiene un costo de 15.000 pesos mensuales adicionales al precio mensual que tiene el paquete de Claro; sin embargo, algunas películas no las cubre el cargo fijo mensual, estas películas en promedio tienen un costo de 6.000 pesos.

- Haga una tabla donde se muestre el precio adicional que se debe pagar en el recibo si se adicionan una, dos, tres, ... hasta diez películas.
- Grafique la situación en un plano cartesiano
- Halle una fórmula general para modelar la situación y compruebe que esta fórmula sirve con algunos de los valores.

3. En la siguiente tabla se muestra los cálculos de la cantidad de alcohol que debe utilizar Alfredo para preparar una determinada cantidad de litros de cierta sustancia.

x: Sustancia (l)	1	2	5	10
y: alcohol (ml)	150	300	750	1.500

- ¿Qué cantidad de alcohol requiere para preparar 7 litros de la sustancia?
  - ¿Qué cantidad de alcohol requiere para preparar 3 y medio de la sustancia?
  - ¿Cuál es la expresión matemática que representa la cantidad de alcohol según la cantidad de sustancia?
  - Realice la gráfica correspondiente.
4. Una empresa discográfica realiza una inversión inicial de 3.000 dólares para preparar las canciones de un álbum musical. El costo de fabricación y grabación de cada disco es de 3 dólares. Además, la discográfica debe pagar al cantante 1 dólar por cada disco por derechos de autor. Se decide que el precio de venta del disco sea 14 dólares.
- Escriba la expresión que representa la situación en función de discos vendidos.
  - Realice la gráfica de esta expresión
  - Observando y analizando la gráfica responda:
    - ¿Qué representa el punto de corte en el eje y?
    - ¿Qué representa el punto de corte en el eje x?
    - ¿A partir de cuántos discos hay ganancia en ventas para la empresa discográfica?
    - ¿A partir de cuántos discos hay ganancia en ventas para el cantante?
    - ¿Cuál es el número de discos que debe vender la empresa para obtener ganancia de 20.000 dólares?